

О СТРУКТУРЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВЕРТИКАЛЬНОЙ И БОРТОВОЙ КАЧКИ СУДОВ С МАЛОЙ ПЛОЩАДЬЮ ВАТЕРЛИНИИ С НЕЛИНЕЙНЫМ ДЕМПФИРОВАНИЕМ

О.И. Соломенцев, д-р техн. наук

Национальный университет кораблестроения, г. Николаев

Аннотация. На основании анализа нелинейных по демпфированию дифференциальных уравнений вертикальной и бортовой качки СМПВ в положении лагом к волнам и имеющихся экспериментальных данных получены расчетные зависимости для безразмерного линеаризованного коэффициента вязкого демпфирования бортовой качки. Рассмотрено также влияние нелинейностей по демпфированию на определение возмущающего момента при бортовой качке.

Ключевые слова. нелинейность по демпфированию, вертикальная качка, бортовая качка, судно с малой площадью ватерлинии, безразмерный коэффициент вязкого демпфирования.

Анотация. На підставі аналізу нелінійних за демпфіруванням диференціальних рівнянь вертикальної та бортової хитавиці суден з малою площею ватерлінії у положенні лагом до хвиль та відомих експериментальних даних отримано розрахункові залежності для безрозмірного лінеаризованого коефіцієнта в'язкого демпфірування бортової хитавиці. Розглянуто також вплив нелінійностей за демпфіруванням на визначення збурюючого моменту при бортовій хитавиці.

Ключові слова. нелінійність за демпфіруванням, вертикальна хитавиця, бортова хитавиця, судно з малою площею ватерлінії, безрозмірний коефіцієнт в'язкого демпфірування

Abstract. On the basis of analysis of non-linear damping differential equations of heaving and rolling of small waterplane area twin hull ships at beam seas and by means of existing experimental data calculation dependencies are used for determining for rolling non-dimensional linear viscous damping coefficient. The influence of rolling damping non-linearity on rolling existing moment is studied.

Keywords. non-linearity of damping, heave, roll, small waterplane area twin hull ship (SWATH), non-dimensional viscous damping coefficient.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

В процессе выбора главных элементов судов с малой площадью ватерлинии (СМПВ) необходимо учитывать влияние принимаемых решений на амплитуды бортовой качки. Для этой цели, по аналогии с обычными катамаранами, можно было бы использовать модифицированную с учетом особенностей СМПВ расчетную методику [8]. Однако в отличие от обычных катамаранов, у которых демпфи-

вание бортовой качки имеет в основном волновую природу, здесь приходится считаться с существенной по величине нелинейной вязкой составляющей демпфирования [2, 11].

Как известно, если превалирует волновая составляющая демпфирования бортовой качки (так обстоит дело для обычных катамаранов), то рассматривается линейное демпфирование, когда демпфирующая сила (момент) является линейной функцией ско-

рости. Если превалирует вязкая составляющая (большинство традиционных одно-корпусных судов), то лучшие результаты получаются с применением квадратичного закона демпфирования, когда демпфирующая сила (момент) пропорциональна квадрату скорости. В литературе известны достаточно простые зависимости, позволяющие вычислить дисперсию бортовой качки как для одного, так и для другого случая [5, 6].

Однако особенность СМПВ в том, что здесь соотношение между волновой и вязкой демпфирующими силами при вертикальной качке (и соответствующими моментами при бортовой качке) может быть практически любым. Фактически это соотношение зависит от главных элементов СМПВ, а если выполняется линеаризация демпфирования на нерегулярном волнении, также и от характеристик волнения. Поэтому при определении дисперсии бортовой качки в этом случае приходится использовать известные зависимости [5, 6] для линейного демпфирования и выполнять линеаризацию вязкой составляющей демпфирования одним из известных методов (далее применен второй метод статистической линеаризации). В связи с этим одним из существенных аспектов корректировки расчетных зависимостей [8] при переходе к СВМП должен быть учет вязкого демпфирования. Приближенная расчетная оценка линеаризованного коэффициента вязкого демпфирования для его последующего применения в проектировочной методике расчета бортовой качки СВМП и представляет собой решаемую в данной статье проблему.

АНАЛИЗ ПОСЛЕДНИХ ИССЛЕДОВАНИЙ И ПУБЛИКАЦИЙ

Дополнительная демпфирующая сила вязкой природы F_{zV1} при вертикальной качке для одного корпуса в составе СМПВ определяется по эмпирической зависимости [2, 11]

$$F_{zV1} = \frac{1}{2} C_{RK} \rho \kappa_S S_1 \dot{\zeta}(t) |\dot{\zeta}(t)| = -2 \tilde{N}_{zV1} \dot{\zeta}(t);$$

$$\dot{\zeta}(t) = \dot{z}(t) - \bar{\kappa}_z \dot{r}(t); \quad C_{RK} \approx 0,5 C_R (1 + \kappa_C);$$

$$\kappa_C = 1 - \frac{\tilde{b}_C}{\tilde{B}_K}; \quad C_R \approx \sqrt{\frac{\tilde{B}_K}{\tilde{H}_K}}, \quad (1)$$

где C_{RK} — коэффициент сопротивления при вертикальных перемещениях корпуса СМПВ с учетом наличия стойки; C_R — коэффициент сопротивления для погруженного корпуса СМПВ; ρ — плотность воды; t — время; S_1 — площадь КВЛ одного корпуса; \tilde{b}_C — осредненная по длине ширина стойки СМПВ; \tilde{B}_K, \tilde{H}_K — осредненные по длине судна ширина и высота погруженного корпуса СМПВ; κ_S — отношение площади максимальной ватерлинии (площади так называемого экваториального сечения одного погруженного корпуса, которое отстоит вниз от КВЛ на величину A) к площади КВЛ одного корпуса; \tilde{N}_{zV1} — условный линейный коэффициент вязкого демпфирования, отнесенный к одному корпусу в составе СМПВ; $\zeta(t), \dot{z}(t)$ — скорости вертикальной качки в относительных и абсолютных координатах; $\dot{r} = \dot{r}(y, t) = \dot{r}(0, t) = \dot{r}(t)$ — ордината скорости частиц воды в волне, измеренная в ДП корпуса (когда $y = 0$); $\bar{\kappa}_z$ — редуцированный коэффициент к главной части возмущающей силы при вертикальной качке одного корпуса в составе СМПВ (предполагается известным).

При $\tilde{b}_C = \tilde{B}_K$ приходим к обычным корабельным обводам и в этом случае $C_{RK} = 0,5 C_R$. Это означает, что на полуразмахе качки при движении вниз появляется вязкое сопротивление с коэффициентом, равным коэффициенту сопротивления корпуса. На полуразмахе качки при движении вверх вязкое сопротивление отсутствует. Если $\tilde{b}_C = 0$, то $C_{RK} = C_R$. Это значит, что вязкое сопротивление на обоих полуразмахах качки равно вязкому сопротивлению погруженного корпуса, а волновое сопротивление в этом случае отсутствует, поскольку корпус не пересекает свободную поверхность. Полагая приближенно, что при $0 < \tilde{b}_C < \tilde{B}_K$ вязкое сопротивление изменяется по линейному закону, приходим к зависимости $C_{RK} = 0,5 C_R (1 + \kappa_C)$ [2]. А в работе [11] просто принято $C_{RK} \approx 0,55$.

Дадим определение введенного выше условного линейного коэффициента демпфирования. Пусть зависимость некоторой демпфирующей силы F_d от скорости \dot{x} есть $F_d = C_F f_d(\dot{x})$, $C_F \neq C_F(\dot{x})$. Под обычным (не

условным) коэффициентом демпфирования принято понимать не зависящий от скорости коэффициент пропорциональности между демпфирующей силой F_d и некоторой функцией скорости $f_d(\dot{x})$. Эта функция является в общем случае произвольной, но обязательно монотонно возрастающей при всех \dot{x} , $0 < \dot{x} < +\infty$ — это следует из очевидных энергетических соображений. Тогда коэффициентом демпфирования в данном случае является коэффициент C_F .

Однако, как указывалось ранее, для последующих преобразований необходим переход к линейному демпфированию. Тогда представляем зависимость $F_d(\dot{x})$ как $F_d = 2N_F\dot{x}$; $N_F = C_F f_d(\dot{x}) / 2\dot{x}$. Но коэффициент N_F может считаться коэффициентом линейного демпфирования только тогда, когда демпфирование изначально было линейным (т.е. если бы было $f_d(\dot{x}) = \dot{x}$ и $N_F = 0,5C_F \neq N_F(\dot{x})$). В частном случае, который рассматривается здесь, $f_d(\dot{x}) = \dot{x}^2$ и коэффициент $N_F = 0,5C_F \neq N_F(\dot{x})$, строго говоря, коэффициентом демпфирования не является. Тем не менее условимся считать демпфирование линейным, а коэффициент N_F — условным коэффициентом рассматриваемого как линейное вязкого демпфирования, несмотря на наличие зависимости $N_F = N_F(\dot{x})$. Это означает, что на последующих этапах необходимо выполнить линеаризацию этого коэффициента одним из известных методов, перейдя от условно линейного к линеаризованному коэффициенту демпфирования.

Все эти соотношения остаются справедливыми при переходе и от демпфирующих сил к демпфирующим моментам, и от линейных скоростей к угловым.

ВЫДЕЛЕНИЕ НЕРЕШЕННЫХ ЧАСТЕЙ ОБЩЕЙ ПРОБЛЕМЫ

В известной литературе отсутствует схема практического применения соотношения (1) для расчета бортовой качки СМПВ. Для этой цели необходимо выполнить анализ структуры уравнений нелинейной вертикальной, а затем и бортовой качки СМПВ. В результате будут получены, во-первых,

структурные зависимости для поправочных коэффициентов к главной части возмущающего момента при бортовой качке с учетом наличия нелинейной части демпфирующей составляющей дифракционной части возмущающего момента. Во-вторых, будут получены расчетные зависимости для безразмерного линеаризованного коэффициента вязкого демпфирования бортовой качки СМПВ. Указанные две задачи и представляют собой нерешенные части общей проблемы.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Основная цель данной работы — получить простые приближенные зависимости для линеаризованного коэффициента вязкого демпфирования при бортовой качке СМПВ с применением соотношения (1), имея в виду последующую разработку методики проектировочного расчета бортовой качки СМПВ. Дополнительной целью работы является анализ влияния вязкого демпфирования на дифракционную часть возмущающего момента при бортовой качке.

ИЗЛОЖЕНИЕ ОСНОВНОГО МАТЕРИАЛА

Введем систему координат yOz . Начало ее лежит на пересечении диаметральной и основной плоскостей одного из корпусов СМПВ, положительное направление оси y — к другому корпусу, оси z — вверх. За основу примем экспериментальные данные из работ [2, 11] и соотношение (1). Бортовая качка катамарана с приемлемой точностью может аппроксимироваться вертикальной качкой корпусов в противофазе. Поэтому рассмотрим сначала вертикальную качку.

Далее применим метод относительного движения и предположим, что редуцированные коэффициенты к главной и к дифракционной частям возмущающей силы равны между собой. Тогда изолированное уравнение вертикальной качки одного корпуса в составе СМПВ на регулярном волнении будет иметь вид:

$$(M_1 + \lambda_{z1})\ddot{z} + 2N_{zW1}\dot{z} + 2\tilde{N}_{zr1}\dot{\zeta} + \rho g S_1 z = \bar{\kappa}_z [\rho g S_1 r(t) + 2N_{zW1}\dot{r}(t) + \lambda_{z1}\ddot{r}(t)], \quad (2)$$

где $r = r(y, t) = r(0, t) = r(t)$, $\ddot{r} = \ddot{r}(y, t) = \ddot{r}(0, t) = \ddot{r}(t)$ — ординаты набегающего волнения и ускорения частиц воды в волне, измеренные в ДП корпуса; $z = z(t)$, $\ddot{z} = \ddot{z}(t)$ — ординаты абсолютных перемещений и ускорений при вертикальной качке корпуса в составе СМПВ; M , λ_{z1} — масса и присоединенная масса при вертикальной качке корпуса в составе СМПВ; N_{zW1} — размерный коэффициент волнового демпфирования при вертикальной качке корпуса в составе СМПВ; $\bar{\kappa}_z$ — редукционный коэффициент к главной части возмущающей силы при вертикальной

качке, учитывающий конечность размеров СМПВ по сравнению с длинами набегающих волн; g — ускорение свободного падения.

Под качкой корпуса в составе СМПВ условимся далее понимать такую ситуацию, когда на расстоянии $2C_{II}$ от ДП корпуса СМПВ находится ДП второго его корпуса, но соединительного моста нет и корпуса могут свободно перемещаться относительно друг друга. Поскольку $r(t) = r_0 \cos \omega \cdot t$, где r_0 , ω — амплитуда и частота набегающего регулярного волнения, уравнение (2) преобразуется к виду

$$(M_1 + \lambda_{z1})\ddot{z} + 2N_{zW1}\dot{z} + 2\tilde{N}_{zV1}\zeta + \rho g S_1 z = \bar{\kappa}_z r_0 \sqrt{(\rho g S_1 - \omega^2 \lambda_{z1})^2 + (2N_{zW1}\omega)^2} \times \cos(\omega \cdot t + \varepsilon_{z1}) = \bar{\kappa}_{z\Sigma W} \rho g S_1 r_0 \cos(\omega \cdot t + \varepsilon_{z1}); \quad (3)$$

$$\bar{\kappa}_{z\Sigma W} = \bar{\kappa}_z \vartheta_{zW}; \quad \vartheta_{zW} = \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2 \lambda_{z1}}{\rho g S_1}\right)^2 + \left(\frac{2N_{zW1}\omega}{\rho g S_1}\right)^2}$$

где ε_{z1} — фаза вертикальной возмущающей силы, действующей на корпус в составе СМПВ; $\bar{\kappa}_{z\Sigma W}$ — поправочный коэффициент к возмущающей силе при вертикальной качке, учитывающий как конечность размеров СМПВ по сравнению с длинами набегающих волн, так и отступления от гипотезы А.Н. Крылова (наличие отличной от 0 дифракционной части возмущающей силы).

При этом коэффициент $\bar{\kappa}_{z\Sigma W}$ учитывает только линейную (волновую) демпфирующую составляющую дифракционной части возмущающей силы при вертикальной качке.

После очевидных преобразований, учитывая соотношение вида $\zeta(t) = \dot{z}(t) - \bar{\kappa}_z \dot{r}(t)$, от уравнения (3) переходим к стандартной форме уравнения вертикальной качки для одного корпуса СМПВ

$$(M_1 + \lambda_{z1})\ddot{z} + 2(N_{zW1} + \tilde{N}_{zV1})\dot{z} + \rho g S_1 z = \bar{\kappa}_{z\Sigma} \rho g S_1 r_0 \cos(\omega \cdot t + \varepsilon_{z1});$$

$$\bar{\kappa}_{z\Sigma} = \bar{\kappa}_z \vartheta_{zWV}; \quad \vartheta_{zWV} = \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2 \lambda_{z1}}{\rho g S_1}\right)^2 + \left[\frac{2(N_{zW1} + \tilde{N}_{zV1})\omega}{\rho g S_1}\right]^2},$$

где $\bar{\kappa}_{z\Sigma}$ — новый поправочный коэффициент к возмущающей силе при вертикальной качке.

Коэффициент $\bar{\kappa}_{z\Sigma}$, в отличие от $\bar{\kappa}_{z\Sigma W}$, учитывает как линейную (волновую), так и квадратичную (вязкую) демпфирующие составляющие дифракционной части возмущающей силы при вертикальной качке. Этот коэффициент целесообразно представить так:

$$\bar{\kappa}_{zV} = \sqrt{1 + \frac{4\omega^2 (2N_{zW1}\tilde{N}_{zV1} + \tilde{N}_{zV1}^2)}{(\rho g S_1 \vartheta_{zW})^2}}.$$

Здесь величины N_{zV1} и $\bar{\kappa}_{z\Sigma W}$ имеют волновую природу и для положения СМПВ лагом к набегающим волнам приближенно

связаны между собой соотношением Хаскинда–Ньюмана для плоской задачи [8].

Обозначим

$$n_z = \sqrt{\frac{\rho g S_1}{M_1 + \lambda_{z1}}} = \sqrt{\frac{\rho g S}{M + \lambda_z}};$$

$$\mu_{zW} = \frac{N_{zW1}}{(M_1 + \lambda_{z1})n_z} = \frac{N_{zW}}{(M + \lambda_z)n_z};$$

$$\tilde{\mu}_{zV} = \frac{\tilde{N}_{zV1}}{(M_1 + \lambda_{z1})n_z} = \frac{\tilde{N}_{zV}}{(M + \lambda_z)n_z},$$

где n_z — частота собственных вертикальных колебаний СМПВ; μ_{zW} — безразмерный коэффициент линейного (волнового) демпфиро-

вания при вертикальной качке; $\tilde{\mu}_{zV}$ — безразмерный коэффициент вязкого демпфирования при вертикальной качке, которое пока условно рассматривается как линейное.

Здесь все величины с индексом “1” относятся к одному корпусу в составе СМПВ, а вдвое большие величины без такого индекса — к СМПВ в целом. Тогда уравнение вертикальной качки для корпуса СМПВ при мысленно разрезанной соединительной конструкции и уравнение вертикальной качки СМПВ в целом можно, на основе метода относительного движения [8], представить единой зависимостью

$$M_{\theta V} = 2F_{zV}C_{\Pi} = C_{RK} \rho \kappa_S S_1 \dot{\zeta}(t) \Big| \dot{\zeta}(t) \Big| C_{\Pi} = -2\tilde{N}_{zV} C_{\Pi} \dot{\zeta}(t) = -2\tilde{N}_{\theta V} \frac{\dot{\zeta}(t)}{C_{\Pi}}; 2\tilde{N}_{\theta V} = 2N_{zV} C_{\Pi}^2 = 4N_{zV1} C_{\Pi}^2,$$

где $\tilde{N}_{\theta V}$ — коэффициент вязкого демпфирования при бортовой качке, когда демпфирование условно рассматривается как линейное.

Как отмечалось выше, здесь с приемлемой точностью можно ограничиться рассмотрением бортовой качки как вертикальной качки корпусов в противофазе. В этом случае $\dot{z}(t) \approx \dot{\theta}(t)C_{\Pi}$, где θ — ордината угловых скоростей бортовой качки в абсолютных координатах. Кроме того, ордината волны в ДП корпуса СМПВ $r(0,t) = r(t)$ и ордината угла волнового склона в ДП СМПВ $\alpha_B(C_{\Pi}, t) = \alpha_B(t)$ связаны как

$$r(0,t) = \frac{\alpha_B(C_{\Pi}, t)}{k} \sin(kC_{\Pi}); \quad k = \frac{\omega^2}{g}.$$

Дифференцирование левой и правой частей этого уравнения по времени даст, очевидно, соотношение $\dot{r}(0,t) = \frac{\dot{\alpha}_B(C_{\Pi}, t)}{k} \sin(kC_{\Pi})$.

С учетом этого имеем

$$\frac{\dot{\zeta}(t)}{C_{\Pi}} = \dot{\theta}(t) - \bar{\kappa}_z \frac{\dot{r}(t)}{C_{\Pi}} = \dot{\theta}(t) - \kappa_{\theta} \dot{\alpha}_B(t) = \dot{v}(t);$$

$$(J_X + \lambda_{\theta}) \ddot{\theta} + 2N_{\theta W} \dot{\theta} + 2\tilde{N}_{\theta V} \dot{v} + Dh\theta = \kappa_{\theta} [Dh\alpha_B(t) + 2N_{\theta W} \dot{\alpha}_B(t) + \lambda_{\theta} \ddot{\alpha}_B(t)] = \kappa_{\theta} k r_0 \sqrt{(Dh - \omega^2 \lambda_{\theta})^2 + (2N_{\theta W} \omega)^2} \sin(\omega \cdot t + \varepsilon_{\theta}) = \kappa_{\theta \Sigma W} k r_0 Dh \sin(\omega \cdot t + \varepsilon_{\theta}), \tag{4}$$

где J_X, λ_{θ} — собственный и присоединенный моменты инерции масс СМПВ при бортовой качке; $D = Mg$ — весовое водоизмещение СМПВ; $N_{\theta W}$ — коэффициент линейного (волнового) демпфирования при бортовой

$$\ddot{z} + 2(\mu_{zW} + \tilde{\mu}_{zV}) n_z \dot{z} + n_z^2 z = = \bar{\kappa}_{z\Sigma} \kappa_{zC} n_z^2 r_0 \cos(\omega \cdot t + E_z),$$

где для вертикальной качки корпуса в составе СМПВ имеем $E_z = \varepsilon_{z1}$, $\kappa_{zC} = 1$ и для вертикальной качки СМПВ в целом при положении корабля лагом к волнам — $E_z = \varepsilon_z$, $\kappa_{zC} = \cos(kC_{\Pi})$ [1, 3, 4].

Величины $\vartheta_{zW}, \vartheta_{zVV}$ и κ_{zV} для вертикальной качки корпуса в составе СМПВ и СМПВ в целом будут, очевидно, одинаковы.

Рассмотрим теперь бортовую качку. Момент сил вязкого демпфирования относительно ДП при бортовых колебаниях

$$\kappa_{\theta} = \bar{\kappa}_z \frac{\sin(kC_{\Pi})}{kC_{\Pi}},$$

так что момент сил вязкого демпфирования получается

$$M_{\theta V}(t) = -2\tilde{N}_{\theta V} \dot{v}(t).$$

В этих формулах обозначено: k — волновое число; κ_{θ} — редуцированный коэффициент к главной части возмущающего момента при бортовой качке СМПВ, учитывающий конечность размеров СМПВ по сравнению с длинами набегающих волн; $\dot{\alpha}_B(t)$ — ордината угловых скоростей частиц воды в волне в ДП СМПВ; $\dot{v}(t)$ — ордината угловой скорости при бортовой качке СМПВ в относительных координатах.

Соотношение вида $\kappa_{\theta} = \bar{\kappa}_z \frac{\sin(kC_{\Pi})}{kC_{\Pi}}$ неоднократно выводилось ранее в работах разных авторов [1, 3, 4]. В предположении равенства редуцированных коэффициентов к главной и к дифракционной частям возмущающего момента уравнение бортовой качки СМПВ будет иметь вид [7]

качке; h — начальная поперечная метацентрическая высота СМПВ; $\theta, \dot{\theta}$ — ординаты углов и угловых ускорений при бортовой качке СМПВ в абсолютных координатах; $\alpha_B(t), \dot{\alpha}_B(t)$ — ординаты углов волнового

склона и угловых ускорений частиц воды в волне в ДП СМПВ; $\kappa_{0\Sigma W}$ — поправочный коэффициент к возмущающему моменту при бортовой качке, учитывающий как конечность размеров СМПВ по сравнению с длинами волн, так и отступление от гипотезы А.Н. Крылова (наличие отличной от 0 дифракционной части возмущающего момента); ε_0 — фаза возмущающего момента

$$(J_X + \lambda_0)\ddot{\theta} + 2(N_{\theta W} + \tilde{N}_{\theta V})\dot{\theta} + Dh\theta = \kappa_0 [Dh\alpha_B(t) + 2(N_{\theta W} + \tilde{N}_{\theta V})\dot{\alpha}_B(t) + \lambda_0\ddot{\alpha}_B(t)] = \\ = \kappa_0 kr_0 \sqrt{(Dh - \omega^2 \lambda_0)^2 + [2(N_{\theta W} + \tilde{N}_{\theta V})\omega]^2} \sin(\omega \cdot t + \varepsilon_0) = \kappa_{0\Sigma} kr_0 Dh \sin(\omega \cdot t + \varepsilon_0),$$

где $\kappa_{0\Sigma}$ — новый поправочный коэффициент к возмущающему моменту при бортовой качке. В отличие от $\kappa_{0\Sigma W}$ коэффициент $\kappa_{0\Sigma}$ учитывает как линейную (волновую), так и квадратичную (вязкую) демпфирующие составляющие дифракционной части возмущающего момента при бортовой качке.

Как и при анализе вертикальной качки, обозначим

$$\kappa_{0\Sigma W} = \kappa_0 \vartheta_{\theta W}; \quad \kappa_{0\Sigma} = \kappa_0 \vartheta_{\theta VW}; \\ \vartheta_{\theta W} = \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2 \lambda_0}{Dh}\right)^2 + \left(\frac{2N_{\theta W} \omega}{Dh}\right)^2}; \\ \vartheta_{\theta VW} = \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2 \lambda_0}{Dh}\right)^2 + \left[\frac{2(N_{\theta W} + \tilde{N}_{\theta V})\omega}{Dh}\right]^2}.$$

Поправочный коэффициент $\kappa_{0\Sigma}$ по аналогии с вертикальной качкой представим в форме

$$\kappa_{0\Sigma} = \kappa_{0\Sigma W} \kappa_{\theta V}; \quad (5)$$

$$\kappa_{\theta V} = \sqrt{1 + \frac{4\omega^2 (2N_{\theta W} \tilde{N}_{\theta V} + \tilde{N}_{\theta V}^2)}{(Dh \vartheta_{\theta W})^2}}. \quad (6)$$

Здесь, как и в случае вертикальной качки, величины $N_{\theta W}$ и $\kappa_{0\Sigma W}$ имеют волновую природу и для положения СМПВ лагом к набегающим волнам приближенно связаны между собой соотношением Хаскинда–Ньюмана для плоской задачи [8]. Определение этих величин рассмотрим более подробно в одной из последующих работ.

Далее в соответствии со сказанным выше вместо условно линейных коэффициентов демпфирования вертикальной \tilde{N}_{zV} и бортовой $\tilde{N}_{\theta V}$ качки перейдем к линеаризованным коэффициентам \hat{N}_{zV} и $\hat{N}_{\theta V}$. Для них можно записать [1, 2, 11]:

при бортовой качке СМПВ по отношению к набегающим волнам.

Здесь коэффициент $\kappa_{0\Sigma W}$ учитывает только линейную (волновую) демпфирующую составляющую дифракционной части возмущающего момента. Так как имеем $\dot{v}(t) = \dot{\theta}(t) - \kappa_0 \dot{\alpha}_B(t)$, то можно перейти от уравнения (4) к стандартному уравнению бортовой качки в виде [7]

$$2\hat{N}_{zV} = \frac{1}{2} C_{RK} \rho \kappa_S \dot{S} \dot{Z}_0; \quad (7)$$

$$2\hat{N}_{\theta V} = 2\hat{N}_{zV} C_{\Pi}^2 = \frac{1}{2} C_{RK} \rho \kappa_S S C_{\Pi}^2 \dot{Z}_0,$$

где \dot{Z}_0 — амплитуда некоторой характерной линейной вертикальной скорости в ДП корпуса СМПВ (на расстоянии C_{Π} от ДП СМПВ в целом) при совместной бортовой и вертикальной качке.

Применяя второй метод статистической линеаризации для слабо упорядоченного, близкого к белому шуму волнения, можно найти [9]

$$\dot{Z}_0 \approx \sqrt{\frac{8}{\pi} D_{\zeta_{\otimes}}} \approx 1,59 \sqrt{D_{\zeta_{\otimes}}}, \quad (8)$$

где $D_{\zeta_{\otimes}}$ — дисперсия линейных скоростей относительных перемещений в ДП корпуса СМПВ при совместной бортовой и вертикальной качке СМПВ в положении лагом к волнам.

Предполагается, что бортовая качка аппроксимируется вертикальной качкой корпусов в противофазе и, кроме того, не учитывается вкладом перемещений от вертикальной качки в суммарные линейные относительные перемещения. Приближенно принимается, что эти перемещения связаны только с бортовой качкой. Тогда для дисперсии можно принимать

$$D_{\zeta_{\otimes}} \approx n_0^2 C_{\Pi}^2 D_v, \quad (9)$$

где $n_0 = \sqrt{\frac{Dh}{J_X + \lambda_0}}$ — частота собственных бортовых колебаний СМПВ; D_v — дисперсия бортовой качки СМПВ в относительных координатах.

Для определения дисперсии D_v в соответствии с известными положениями теории качки перейдем в уравнении бортовой качки от абсолютных координат $\theta(t)$ к относи-

$$(J_X + \lambda_\theta)\ddot{v} + 2(N_{\theta W} + \hat{N}_{\theta V})\dot{v} + Dhv = \kappa_\theta kr_0 J_X \omega^2 \sin \omega \cdot t$$

или, с учетом формул (7)–(9),

$$\ddot{v} + 2(\mu_{\theta W} + \hat{\mu}_{\theta V})n_0 \dot{v} + n_0^2 v = \frac{\kappa_\theta kr_0 \omega^2}{1 + q_0} \sin \omega \cdot t; \quad (10)$$

$$q_0 = \frac{\lambda_\theta}{J_X}; \quad \mu_{\theta W} = \frac{N_{\theta W}}{J_X n_0 (1 + q_0)};$$

$$\hat{\mu}_{\theta V} = \frac{\hat{N}_{\theta V}}{J_X n_0 (1 + q_0)} = \frac{C_{RK} \rho \kappa_S S C_{\Pi}^2 \dot{Z}_0}{4 J_X n_0 (1 + q_0)} \approx \frac{0,4 C_{RK} \rho \kappa_S S C_{\Pi}^3 \sqrt{D_v}}{J_X (1 + q_0)}, \quad (11)$$

где $\mu_{\theta W}$ — безразмерный коэффициент линейного (волнового) демпфирования бортовой качки СМПВ; $\hat{\mu}_{\theta V}$ — безразмерный ли-неаризованный коэффициент вязкого демпфирования бортовой качки СМПВ.

На основе работ [5, 6] можно показать, что уравнению (10) отвечает дисперсия бортовых относительных колебаний D_v , которая для области определения частот ω элементарных гармоник нерегулярного волнения $0 < \omega < +\infty$ и для линейного (линеаризованного) демпфирования находится в виде

$$D_v \approx \frac{\pi}{g^2 (1 + q_0)^2} \frac{\kappa_\theta^{*2} n_0^5}{4 (\mu_{\theta W}^* + \hat{\mu}_{\theta V}^*)} S_r^*, \quad (12)$$

где S_r^* — ордината спектральной плотности волнения при частоте $\omega = n_0$.

В формуле (12) верхний индекс “*” означает, что соответствующая величина вычисляется при частоте $\omega = n_0$. При выводе зависимости (12) предполагалось, что в полосе пропускания передаточной функции бортовой качки СМПВ ее спектральная плотность $S_\theta(\omega)$ может быть принята равной своему значению при $\omega = n_0$ — величине $S_\theta^* = S_\theta(n_0)$. Как показали выполненные расчетные оценки, это допущение не связано со значительной погрешностью. Поэтому при расчетных оценках бортовой качки СМПВ на начальных стадиях проектирования такой подход может быть признан допустимым.

Тогда, подставив в формулу (11) опре-

деленным $v(t) = \theta(t) - \kappa_\theta \alpha_B(t)$. Тогда соответствующее уравнение с учетом перехода от условно линейных к линеаризованным коэффициентам демпфирования примет вид [7]

деленное по (12) значение дисперсии относительных бортовых колебаний D_v для линеаризованного безразмерного коэффициента вязкого демпфирования бортовой качки СМПВ $\hat{\mu}_{\theta V}$ можно получить:

$$\hat{\mu}_{\theta V} \approx \frac{0,2 C_{RK} \rho \kappa_S \kappa_\theta^* S C_{\Pi}^3 n_0^2}{J_X (1 + q_0)^2 g} \sqrt{\frac{\pi \cdot n_0 S_r^*}{\mu_{\theta W}^* + \hat{\mu}_{\theta V}^*}} \approx \frac{0,14}{1 + q_0} C_{RK} \kappa_S \kappa_\theta^* \zeta_1 \zeta_2 \sqrt{\frac{\bar{S}_r^*}{\mu_{\theta W}^* + \hat{\mu}_{\theta V}^*} \cdot \frac{n_0}{\omega_c}};$$

$$\zeta_1 = \frac{S C_{\Pi}^3}{V r_X^2}; \quad \zeta_2 = \frac{n_0^2}{g} h_3; \quad r_X = \sqrt{\frac{J_X + \lambda_\theta}{M}}; \quad (13)$$

$$\bar{S}_r^* = \frac{S_r^*}{h_3^2 \tau_c} = \frac{2\pi \omega_c}{h_3^2} S_r^*;$$

$$\omega_c = \frac{1}{D_r} \int_0^\infty S_r(\omega) \omega d\omega; \quad \tau_c = \frac{2\pi}{\omega_c};$$

$$\bar{S}_r^* \approx 0,01 \left(\frac{\omega_c}{n_0} \right)^5 \exp \left[-0,44 \exp \left(\frac{\omega_c}{n_0} \right)^4 \right],$$

где $V = M / \rho = D / \rho g$ — объемное водоизмещение СМПВ; r_X — поперечный радиус инерции масс СМПВ (с учетом присоединенных масс); ω — частота элементарной гармоники нерегулярного волнения; ω_c , τ_c — средняя частота и средний период нерегулярного волнения; $S_r(\omega)$ — спектральная плотность волновых ординат как функция частоты элементарной гармоники нерегулярного волнения; \bar{S}_r^* — безразмерная ордината спектральной плотности волновых ординат при частоте $\omega = n_0$ (применен волновой спектр Второго конгресса по конструкции судов); h_3 — высота волны 3%-й обеспеченности; $D_r = \int_0^\infty S_r(\omega) d\omega \approx 0,035 h_3^2$ — дисперсия волновых ординат.

Обозначив

$$\hat{\mu}_{\theta V} = x; \quad \frac{0,14}{1 + q_0} C_{RK} \kappa_S \kappa_\theta^* \zeta_1 \zeta_2 \sqrt{\frac{\bar{S}_r^*}{\omega_c} \cdot \frac{n_0}{\omega_c}} = a;$$

$$\mu_{\theta W}^* = b,$$

запишем уравнение (13) в виде

$$x = \frac{a}{\sqrt{b+x}}$$

После очевидных преобразований приходим к неполному кубическому уравнению

$$x^3 + bx^2 - a^2 = 0 \quad (14)$$

Сходный вид имеет известное в классической теории проектирования судов трехчленное уравнение весов (масс). После замены переменной в форме $y = x^3/a^2$ уравнение (12) по аналогии с решением уравнения масс в работе [10] приводится к виду

$$\begin{aligned} cy^{2/3} &= 1 - y; \\ c &= \frac{b}{a^{2/3}}. \end{aligned} \quad (15)$$

Тогда $y = \varphi(c)$, а зависимость $\varphi(c)$ приведена в таблице.

Определение зависимости $\varphi(c)$ в соответствии с уравнением (15)

c	0	0,25	0,50	1,0	1,50	2,0
$\varphi(c)$	1,0	0,79	0,63	0,44	0,32	0,24

Аппроксимируя данные таблицы, имеем при $c < 2,0-2,1$ формулу вида $\varphi(c) \approx 1/(1+c)^{1.3}$. Окончательно запишем:

$$\begin{aligned} \tilde{\mu}_{0V} &= x = \sqrt[3]{a^2 y} = a^{2/3} \cdot \sqrt[3]{\varphi(c)} \approx \\ &\approx \frac{a^{2/3}}{\left(1,0 + \frac{b}{a^{2/3}}\right)^{0,43}}. \end{aligned} \quad (16)$$

Если частота бортовой качки n_0 совпадает с соответствующей частотой нулевого возмущения, то $b = \mu_{0W}^* \approx 0$. Тогда $\tilde{\mu}_{0V} \approx a^{2/3}$. Этот результат следует также и из уравнения (14), где в этом случае получается, что $x = a/\sqrt{x}$. Впрочем, в соответствии с соотношением Хаскинда–Ньюмана для плоской задачи возмущающие моменты и амплитуды бортовой качки в этом случае получаются равными 0.

Тогда дисперсия бортовой качки СМПВ в режиме основного резонанса D_0 в предположении, что спектральная плотность бортовой качки характеризуется узкой полосой пропускания, определится в виде [5, 6]

$$D_0 = \frac{\pi}{g^2} \frac{\kappa_{0\Sigma}^{*2} n_0^5}{4(\mu_{0W} + \hat{\mu}_{0V})} S_r^*, \quad (17)$$

где безразмерный линеаризованный коэффициент вязкого демпфирования СМПВ $\hat{\mu}_{0V}$ вычислим по формуле (16).

В формуле (17) по аналогии с соотношениями (5), (6), но с учетом перехода от условного линейного коэффициента вязкого демпфирования \tilde{N}_{0V} к линеаризованному коэффициенту \hat{N}_{0V} следует принять:

$$\kappa_{0\Sigma}^* = \kappa_{0\Sigma W}^* \hat{\kappa}_{0V}^*; \quad (18)$$

$$\hat{\kappa}_{0V}^* = \sqrt{1 + \frac{4n_0^2 (2N_{0W}^* \hat{N}_{0V} + \hat{N}_{0V}^2)}{(Dh\mathcal{G}_{0W}^*)^2}}; \quad (19)$$

$$N_{0W}^* = \mu_{0W}^* J_X n_0 (1 + q_0);$$

$$\hat{N}_{0V} = \hat{\mu}_{0V} J_X n_0 (1 + q_0).$$

Как и ранее, верхний индекс “*” означает, что соответствующая величина, которая является функцией частоты, определяется при частоте $\omega = n_0$. Тогда после определения связанных между собой соотношением Хаскинда–Ньюмана [8] величин $\kappa_{0\Sigma W}^*$ и μ_{0W}^* (или N_{0W}^*) при известных значениях инерционных характеристик J_X и q_0 можно выполнить расчеты дисперсии бортовой качки СМПВ в режиме основного резонанса по формуле (17).

ВЫВОДЫ

1. На основе эмпирических данных по вязкому демпфированию вертикальной качки корпуса в составе СМПВ (формула (1)) получена зависимость (16) для определения безразмерного линеаризованного коэффициента вязкого демпфирования бортовой качки СМПВ. Кроме того, структурные зависимости (18), (19) для полного поправочного коэффициента при бортовой качке СМПВ позволяют учесть влияние вязкого демпфирования на дифракционную часть возмущающего момента. 2. Применение для определения дисперсии бортовых колебаний СМПВ в относительных координатах приближенной зависимости, которая не связана с интегрированием по частотам, позволило разработать замкнутую расчетную схему для поиска безразмерного линеаризованного коэффициента вязкого демпфирования, не содержащую последовательных приближений. 3. После определения для

СМПВ, по аналогии с работой [8], величин волновой природы – полного поправочного коэффициента $\kappa_{0\Sigma W}^*$ и безразмерного коэффициента линейного демпфирования μ_{0W}^* ,

которые связаны между собой соотношением Хаскинда–Ньюмана, можно рассчитать дисперсию бортовой качки СМПВ в режиме основного резонанса по соотношению (17).

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Бородай, И. К. Качка судов на морском волнении [Текст] : монография / И. К. Бородай, Ю. А. Нецветаев. — Л. : Судостроение, 1969. — 432 с.
- [2] Каневский, Г. И. Влияние вязкостного демпфирования на продольную качку судна на встречном регулярном волнении [Текст] / Г. И. Каневский, В. Г. Платонов // Вопросы судостроения. Сер. Проектирование судов. — Л. : ЦНИИ «Румб», 1976. — Вып. 10. — С. 67–76.
- [3] Коган, И. М. Уравнения качки катамарана, движущегося на косом регулярном волнении [Текст] / И. М. Коган // Труды НКИ. — Николаев : НКИ, 1981. — Вып. 176. — С. 35–39.
- [4] Милова, И. И. Возмущающие силы и моменты при вертикальной и бортовой качке катамарана [Текст] / И. И. Милова // Матер. науч.-техн. конф. проф.-преп. состава ГИИВТ. — Горький : ГИИВТ, 1970. — Ч. 1. — С. 38–44.
- [5] Некрасов, В. А. Вероятностные задачи мореходности судов [Текст] : монография / В. А. Некрасов. — Л. : Судостроение, 1978. — 304 с.
- [6] Севастьянов, Н. Б. Остойчивость промысловых судов [Текст] : монография // Н. Б. Севастьянов. — Л. : Судостроение, 1974. — 202 с.
- [7] Семенов-Тянь-Шанский, В. В. Качка корабля [Текст] : учебник. — Л. : Судостроение, 1969. — 392 с.
- [8] Соломенцев, О. И. О двух методах расчета бортовой качки катамарана [Текст] // Науч.-техн. сборник Регистра СССР. — Л. : Транспорт, 1986. — Вып. 15. — С.10–20.
- [9] Холодилин, А. Н. Мореходность и стабилизация судов на волнении [Текст] : справочник / А. Н. Холодилин. — Л. : Судостроение, 1976. — 328 с.
- [10] Худяков, Л. Ю. Исследовательское проектирование кораблей [Текст] : монография / Л. Ю. Худяков. — Л. : Судостроение, 1980. — 240 с.
- [11] Fang, M.C. The Simulation of SWATH Ship Motion with Controllable Fin in Longitudinal Waves [Text] / M. C. Fang, B. N. Lin // International Shipbuilding Progress. — 1998. — Vol. 45, nr 443. — P. 83–307.