УДК 629.5.022.25
С 60

АНАЛИЗ НЕУСТОЙЧИВОЙ ПРОДОЛЬНОЙ КАЧКИ СУДОВ С МАЛОЙ ПЛОЩАДЬЮ ВАТЕРЛИНИИ

О.И. Соломенцев, д-р техн. наук

Национальный университет кораблестроения, г. Николаев

Аннотация. Рассмотрено продольная качка судов с малой площадью ватерлинии. Сделан вывод, что потеря устойчивости продольной качки СМПВ может допускаться при их проектировании. Приведены зависимости первого приближения для оценки характеристик неустойчивой продольной качки.

Ключевые слова: судно с малой площадью ватерлинии, устойчивость процесса качки, обитаемость.

Анотація. Розглянуто поздовжню хитавицю суден з малою площею ватерлінії. Зроблено висновок, що при їх проектуванні можливо допускати втрату стійкості поздовжньої хитавиці. Наведені залежності першого наближення для розрахунку характеристик нестійкої поздовжньої хитавиці.

Ключові слова: судно малою площею ватерлінії, поздовжня хитавиця, стійкість процесу хитавиці, технічна стійкість.

Abstract. In this work we learned unsteady heaving and pitching of the Small Waterplane Area Twin Hull Ships (SWATH). Were founded approximate equations for determining of the characteristics of the unsteady pitching of SWATH. Such a kind of motion is possible for this ships.

Keywords: small waterplane area ship, longitudinal motion, motion stability, sea worthness.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

В процессе анализа поведения судна с малой площадью ватерлинии (СМПВ) на волнении приходится считаться с одним важным обстоятельством. Суть дела можно пояснить на основе изолированного уравнения килевой качки СМПВ, движущегося со скоростью v на регулярном волнении, истинная частота которого ω, а амплитуда r_O. Если исключить учет успокоителей качки и нелинейностей по демпфированию, то такое уравнение приводится к следующему виду:

$$(J_Y+\lambda_\psi)\ddot{\psi}+2\left(N_\psi+\frac{v^2}{\omega_\text{К}^2}N_z\right)\dot{\psi}+(\rho gVH-v^2\lambda_z)\psi=-\overline{M}_{\text{вз}\psi}\cos(\omega_\text{К}t-\varepsilon_\psi);$$
$$\overline{M}_{\text{вз}\psi}=-\kappa_{\psi\Sigma}kr_O\rho gVH;\ \ \omega_\text{К}=\omega+\frac{\omega^2 v}{g}\cos\varphi_\text{К}, \quad (1)$$

где $\psi,\ \dot{\psi},\ \ddot{\psi}$ – ординаты углов, угловых скоростей и угловых ускорений при килевой качке; J_Y, λ_ψ — собственный и присоединенный продольные моменты инерции массы; λ_z — присоединенная масса при вертикальной качке; N_ψ, N_z — коэффициенты демпфирования при килевой и вертикальной качке; ρ — плотность воды; g — ускорение свободного падения; V — объемное водоизмещение; H — начальная продольная метацентрическая высота;

$\overline{M}_{\text{вз}\psi}$ — амплитуда возмущающего момента при килевой качке; $\varphi_{\text{К}}$ — курсовой угол по отношению к волнению; $\omega_{\text{К}}$ — кажущаяся частота; $\kappa_{\psi\Sigma} = \kappa_{\psi\Sigma}(\omega, \varphi_{\text{К}})$ — полный (учитывающий дифракционные силы и моменты) поправочный коэффициент; $k = \omega^2/g$ — волновое число; ε_{ψ} — фаза возмущающего момента по отношению к набегающим волнам.

Такой же вид имеет это уравнение и для традиционных судов. Предполагается, что все зависимости, связывающие коэффициенты уравнения (1) как с главными элементами СМПВ, так и с параметрами ω, r_0 и $\varphi_{\text{К}}$ известны. Но при переходе традиционного однокорпусного судна к СМПВ величина H резко уменьшается, а присоединенная масса λ_z несколько возрастает. Поэтому редуцированный на влияние хода коэффициент продольной остойчивости $K_{\text{О}\psi v} = \rho gVH - v^2\lambda_z$ в выражении для восстанавливающего момента в формуле (1) $M_{\text{В}\psi} = K_{\text{О}\psi v}\Psi$ может стать отрицательным, если скорость v достаточно велика. Это может привести к потере устойчивости продольной качки. И действительно, проверка устойчивости продольной качки на основе критерия Рауса–Гурвица [7] с учетом того, что, из очевидных энергетических соображений, демпфирование всегда положительно, приводит к условию устойчивости продольной качки

$$K_{O\psi v} > 0$$

или

$$\rho gVH - v^2\lambda_z > 0. \tag{2}$$

Условие (2) может быть приведено к виду

$$v \le v_M\,,\;\; v_M = \sqrt{\frac{\rho gVH}{\lambda_z}} = \sqrt{\frac{gH}{\overline{\lambda}_z}},\;\; \overline{\lambda}_z = \frac{\lambda_z}{\rho V}.$$

Практически переход коэффициента $K_{\text{О}\psi v}$ в отрицательную область имеет место при

$$\text{Fr}_{\text{К}} \ge 0{,}3-0{,}4,\;\; \text{Fr}_{\text{К}} = \frac{v}{\sqrt{gl_{\text{К}}}},$$

где $l_{\text{К}}$ — длина погруженного корпуса СМПВ. Этот диапазон захватывает диапазон скоростей полного хода большинства СМПВ. Увеличить скорость, на которой устойчивость продольной качки сохраняется, можно лишь путем установки подводных крыльев (горизонтальных рулей). В этом случае выражение для коэффициента продольной остойчивости $K_{\text{О}\psi v} = K_{\text{О}\psi v\text{К}}$ при использовании пассивных крыльев-успокоителей приобретает вид

$$K_{O\psi v\text{К}} = \rho gVH - v^2\lambda_z - \frac{\rho v^2}{2}\sum_{i=1}^{I} C_{Zi}^{\psi} S_{\text{кр}i}(x_{\text{кр}i} - x_f), \tag{3}$$

где C^{ψ}_{Zi} — позиционная производная подъемной силы по углу атаки для i-го крыла; $S_{\text{кр}i}$ — площадь i-го крыла; I, $\forall i \in I$ – количество крыльев; $X_{\text{кр}i}$ — абсцисса центра давления i-го крыла (положительное направление оси x — в нос); x_f — абсцисса центра тяжести действующей ватерлинии для i-го крыла.

Для того чтобы продольная устойчивость благодаря установке крыльев увеличилась, последний член в соотношении (3) должен быть отрицательным. А это возможно только при условии, что $x_{\text{кр}i} < 0$, т. е. при установке крыла (крыльев) в кормовой оконечности. Однако, как показано в работе [10], это ведет к снижению устойчивости вертикальной качки. Поэтому авторы работы [7] рекомендуют применять на СМПВ как кормовые, так и носовые крылья (горизонтальные рули). А для обеспечения устойчивости килевой качки площадь кормовых рулей должна быть, как уже отмечалось выше, примерно в три раза больше, чем носовых. Но это увеличивает и без того большую у СМПВ массу корпуса, а порог потери устойчивости возрастает незначительно [7, 10]. Поэтому приходится прибегать к ограничениям скорости и нести значительные экономические потери.

Однако ограничения скорости СМПВ из условия сохранения устойчивости килевой качки имеет смысл, очевидно, лишь тогда, когда неустойчивые режимы продольной качки предполагаются в процессе эксплуатации СМПВ недопустимыми. Такой подход принят в работах [7, 10], но не является единственно возможным. Автор предлагает здесь иной подход к решению этого вопроса.

Действительно, может ли потеря устойчивости продольной качки привести к гибели СМПВ — из-за ухода под воду (вертикальная качка) или из-за опрокидывания при вращении вокруг поперечной оси (килевая качка)? Интуитивно отрицательный ответ очевиден. Но известны как теоретические [8], так и экспериментальные [4] исследования, подтверждающие, что при входе моста в воду появляются очень значительные демпфирующие силы (моменты), которые не могут быть преодолены волновыми возмущающими моментами. Эти материалы относятся к модели краново-монтажного судна-катамарана с обычными обводами, и сказанное выше будет тем более справедливо для СМПВ.

Таким образом, невозможность обеспечить устойчивую продольную качку во всем скоростном диапазоне СМПВ может быть, а может и не быть причиной отказа от СМПВ при выборе архитектурно-конструктивного типа проектируемого корабля. Здесь необходимо проанализировать параметры технической устойчивости корабля при переходе скоростного барьера, когда скорость v становится больше предельной, по условию сохранения устойчивости продольной качки, скорости v_M (амплитуды, скорости, ускорения килевой и вертикальной качки, амплитуды относительных перемещений).

ЦЕЛЬ РАБОТЫ, ОСНОВНЫЕ ДОПУЩЕНИЯ, ПРИНЯТЫЕ В РАБОТЕ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ — упрощенный качественный анализ характеристик технической устойчивости СМПВ в условиях, когда продольная качка утрачивает устойчивость (соотношение (2) не выполняется). При этом, во-первых, ограничимся только такими характеристиками технической устойчивости, как амплитуды и угловые скорости килевой качки, а во-вторых, будем искать эти амплитуды и скорости из изолированного уравнения килевой качки (1), когда не учитывается ни вязкое демпфирование, ни влияние успокоителей качки. Второе допущение вынуждает нас к известной осторожности при оценке численных результатов: как раз при больших ($v \geq v_M$) скоростях влияние вертикальной качки на характеристики килевой качки может быть заметным. Тем не менее качественный анализ влияния потери устойчивости качки на ее амплитуду возможен и в рамках второго допущения.

Уравнение (1) и условие устойчивости вида К$K_{O\psi v} \geq 0$ справедливы для любых курсовых углов СМПВ по отношению к волнам. Однако параметры килевой качки СМПВ при $K_{O\psi v} \leq 0$ должны рассчитываться для наиболее неблагоприятного курсового угла (в данном случае это попутное волнение).

ИЗЛОЖЕНИЕ ОСНОВНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ РАБОТЫ

Амплитуда килевой качки Ψ_P обеспеченности P_ψ в самом общем случае найдется из условия

$$P_\psi(\psi_P) = 1 - F_\psi(\psi_P) = \int\limits_{\overline{\psi}_P}^{\infty} f_\psi(u)\,du, \quad (4)$$

где $f_\psi(\Psi_P)$, $F_\psi(\psi_P)$ — краткосрочные дифференциальный и интегральный законы распределения амплитуд качки.

Аналогичные условия справедливы, очевидно, и для угловых скоростей. Рассмотрим сначала обычный случай, когда $v \leq v_M$ и потери устойчивости нет. Тогда для краткосрочного распределения амплитуд качки справедлив закон Рэлея, и условие (4) принимает вид

$$P_\psi(\psi_P) = 1 - F_\psi(\psi_P) = \exp\left(-\frac{\psi_P^2}{2D_\psi}\right),$$

где D_ψ — дисперсия килевой качки.

Амплитуда килевой качки ψ_P и угловая скорость $\dot{\psi}_P$ с обеспеченностью P_ψ будут

$$\psi_P = \sqrt{-2D_\psi \ln P_\psi}\,; \quad (5)$$
$$\dot{\psi}_P = \sqrt{-D_{\dot{\psi}} \ln P_\psi}\,,$$

В (5) дисперсии D_ψ и $D_{\dot{\psi}}$ могут быть найдены в виде

$$D_\psi = \int\limits_0^\infty S_\psi^*(\omega)\,d\omega; \qquad D_{\dot{\psi}} = \int\limits_0^\infty \omega_{\text{K}}^2 S_\psi^*(\omega)\,d\omega;$$

$$S_\psi^*(\omega) = \frac{\kappa_{\psi\Sigma}^2(\omega) k^2 n_\psi^2 S_r^*(\omega)}{(n_{\psi\Sigma}^2 - \omega_K^2)^2 + 4\nu_{\psi\Sigma}^2(\omega)\omega_K^2};$$

$$n_\psi^2 = \frac{\rho g V H}{J_Y + \lambda_\psi}; \;\; n_{\psi\Sigma}^2 = \frac{\rho g V H - v^2\lambda_z}{J_Y + \lambda_\varphi}; \;\; \nu_{\psi\Sigma} = \frac{N_\psi + \dfrac{v^2}{\omega^2} N_z}{J_Y + \lambda_\psi};$$

$S^*_\psi(\omega)$ — псевдоспектр килевой качки.

Рассмотрим теперь движение КМПВ со скоростью $v \geq v_M$, когда возможна потеря устойчивости. Искать закон распределения $F_\psi(\psi_P)$ при неустойчивой килевой качке возможно в следующей последовательности. Рассчитав амплитуды неустойчивой килевой качки $\psi_{h\lambda}$ на регулярном волнении с длинами волн λ и с высотами h, можно найти обеспеченность $P_\psi = 1 - F_\psi$ из соотношения, которое является альтернативным по отношению к формуле (4) и имеет вид

$$P_\psi = \int\limits_{D_P}^{\infty}\int^{\infty} f(h,\lambda)\, dh d\lambda; \qquad (6)$$

$$D_P = \{h, \lambda : \psi_{h\lambda}(h,\lambda) = \psi_P\},$$

где $D_P = D_P(h, \lambda)$ — граница в координатах h–λ, ниже которой $\psi_{h\lambda} \leq \psi_P$, а выше $\psi_{h\lambda} \geq \psi_P$; f(h, λ) — краткосрочный закон распределения высот и длин волн.

Последовательными приближениями из соотношения (6) можно найти ψ_P как функцию P_ψ. Тот же подход возможен и для угловых скоростей $\dot\psi_{h\lambda}$ неустойчивой килевой качки.

Рассмотрим теперь расчет амплитуд неустойчивой килевой качки на регулярном волнении, т. е. определим зависимости $\psi_{h\lambda}(h, \lambda)$ и $\dot\psi_{h\lambda}(h,\lambda)$. Перейдем от линейного восстанавливающего момента в выражении (1) вида $M_{\text{В}\psi} = K_{\text{О}\psi v}\psi$ к нелинейному его выражению

$$M_{\text{В}\psi} = D l_\psi(\psi) - v^2 \lambda_z \sin\psi, \qquad (7)$$

где $l_\psi(\psi)$ — плечи статической продольной остойчивости.

Разложим в соотношении (7) нелинейные члены $l_\psi(\psi)$ и sinψ в ряд с точностью до ψ, ψ^3, приняв $l_\psi(\psi) = \text{H}(\psi + \beta_\psi\psi^3)$ и $\sin\psi \approx \psi - \dfrac{\psi^3}{6}$. Обозначим:

$$\alpha_{\psi 1} = \frac{v^2\lambda_z - DH}{J_Y + \lambda_\psi} = n_{\psi *}^2 - n_\psi^2; \qquad (8а)$$

$$\gamma_\psi = \beta_\psi n_\psi^2 + \frac{1}{6} n_{\psi *}^2. \qquad (8б)$$

Тогда изолированное уравнение килевой качки (1) после деления всех его членов на суммарный момент инерции массы $J_Y + \lambda_\psi$ приводится к следующему виду:

$$\ddot\psi + 2\nu_{\psi\Sigma}\dot\psi - \alpha_{\psi 1}\psi + \gamma_\psi \psi^3 = -\overline{m}_{\text{вз}\psi} \cos(\omega_K t - \varepsilon_\psi), \;\; \alpha_{\psi 1} > 0; \qquad (9)$$

$$\overline{m}_{\text{вз}\psi} = \frac{\overline{M}_{\text{вз}\psi}}{J_Y + \lambda_\psi}.$$

Предполагается, что скорость СМПВ $v > v_M$, тогда $\alpha_{\psi 1} > 0$. В этом случае дифференциальное уравнение (9) представляет собой каноническую форму уравнения динамической неупругой колебательной системы (колебания твердого тела) с перескоком или каноническую форму уравнения упругой колебательной системы с прощелкиванием [2]. Эти названия объясняются тем, что описываемая уравнением (9) динамическая система имеет два режима колебаний, причем в течение колебательного процесса возможны скачкообразные переходы от одного режима колебаний к другому. При колебаниях твердого тела колебательная система как бы перескакивает с одного режима колебания на другой. При упругих колебаниях (в частности, при колебаниях упругой мембраны) изменение режима колебаний происходит со щелчком. Этот же подход был применен в задаче расчета бортовой качки судна с отрицательной начальной поперечной метацентрической высотой в работе [6].

В соответствии со сказанным уравнение (9) обладает следующими свойствами. При $v \geq v_M$ корабль в зависимости от частоты набегающего волнения может совершать:малые колебания с амплитудой ψ_{01} вокруг положения равновесия, характеризуемого постоянным углом дифферента $\overline{\psi} = \sqrt{\alpha_\psi / \gamma_\psi}$; большие колебания с амплитудой ψ_{02} вокруг положения статического равновесия при нулевом угле дифферента. Величины амплитуд $\psi_{h\lambda}$ и угловых скоростей $\dot{\psi}_{h\lambda}$ неустойчивых килевых колебаний на регулярном волнении высотой h и длиной λ будут:

$$\psi_{h\lambda} = \overline{\psi} + \psi_{01},\ \ \psi_{01} \le \psi_*;$$

$$\psi_{h\lambda} = \psi_{02},\ \ \psi_{01} \ge \psi_*;$$

$$\dot{\psi}_{h\lambda} = \omega_{\text{К}}\psi_{h\lambda};\ \ \omega_{\text{К}} = \sqrt{\frac{2\pi \cdot g}{\lambda}} + \frac{2\pi \cdot v}{\lambda}\cos\varphi_{\text{К}},$$

где $\psi_* = \sqrt{2\overline{\psi}}$ — критическая амплитуда килевых колебаний [2, 6].

При определении амплитуд ψ_{01} и ψ_{02} в первом приближении можно пренебречь влиянием супергармонических и субгармонических колебаний, ограничившись колебаниями только основного тона. Связанная с этим погрешность оказывается незначительной [2]. Тогда для определения указанных величин с учетом работ [2, 6] можно построить следующий алгоритм, основанный на использовании последовательных приближений:

$$\psi_{01} : f_1(\psi_{01}) = -\frac{\overline{m}_{\text{ВЗ}\psi} n_{\psi 1}(\psi_{01})}{\sqrt{[n_{\psi 1}^2(\psi_{01}) - \omega_{\text{К}}^2]^2 + 4\nu_{\psi\Sigma}^2\omega_{\text{К}}^2}};$$

$$\psi_{02} : f_2(\psi_{02}) = -\frac{\overline{m}_{\text{ВЗ}\psi} n_{\psi 2}(\psi_{02})}{\sqrt{[n_{\psi 2}^2(\psi_{02}) - \omega_{\text{К}}^2]^2 + 4\nu_{\psi\Sigma}^2\omega_{\text{К}}^2}};$$

$$f_1(\psi_{01}) = \sqrt{\frac{\gamma_\psi}{2}\psi_{01}^2 - \frac{\alpha_{\psi 1}}{\sqrt{2\gamma_\psi}}};\ \ f_2(\psi_{02}) = \psi_{02}\sqrt{\frac{\gamma_\psi \psi_{02}^2}{2} - \alpha_{\psi 1}};$$

$$n_{\psi 1}(\psi_{01}) = 1{,}47\sqrt{\alpha_{\psi 1}}\sqrt[9]{1 - \left(\frac{\psi_{01}}{\psi_*}\right)^2};\ \ n_{\psi 2}(\psi_{02}) = 1{,}38\sqrt{\alpha_{\psi 1}}\sqrt[3]{\left(\frac{\psi_{02}}{\psi_*}\right)^2 - 1}.$$

Здесь величины $n_{\psi 1}(\psi_{01})$ и $n_{\psi 2}(\psi_{02})$, определенные по преобразованным формулам М. И. Казакевича [2], представляют собой частоты соответственно малых и больших свободных неустойчивых килевых колебаний СМПВ. Предположим далее, что скорость СМПВ снизилась и оказывается несколько ниже величины v_M. Тогда коэффициент $\alpha_{\psi 1}$ в уравнении (9) становится отрицательным. Обозначим $\alpha_{\psi 2} = -\alpha_{\psi 1} > 0$. Но, поскольку фактическая скорость лишь ненамного менее v_M, величина $\alpha_{\psi 2}$ может остаться одного порядка с $\gamma_\psi \psi^2$. Тогда уравнение (9) приобретает вид

$$\ddot{\psi} + 2\nu_{\psi\Sigma}\dot{\psi} + \alpha_{\psi 2}\psi + \gamma_\psi\psi^3 = -\overline{m}_{\text{вз}\psi}\cos(\omega_{\text{К}} t - \varepsilon_\psi),\ \ \alpha_{\psi 2} > 0.$$

Это — дифференциальное уравнение Дуффинга. Оно неоднократно было предметом исследования в теории нелинейной по восстанавливающему моменту бортовой качки. Применяя для его решения метод гармонической линеаризации, найдем амплитуду килевой качки ψ_0 в последовательных приближениях в виде

$$\psi_0 = -\frac{\overline{m}_{\text{вз}\psi}}{\sqrt{\left(\alpha_{\psi 2} + \frac{\gamma_\psi \psi_0^2}{2} - \omega_{\text{К}}^2\right)^2 + 4\nu_{\psi\Sigma}^2\omega_{\text{К}}^2}}.$$

Пусть, наконец, скорость уменьшилась настолько, $\alpha_{\psi 2} >> \gamma_\psi \psi^2$. Тогда $\alpha_{\psi 2} \approx n^2_\psi$ и уравнение килевой качки приобретает простейший вид

$$\ddot{\psi} + 2\nu_{\psi\Sigma}\dot{\psi} + n_\psi^2 \psi = -\overline{m}_{\text{вз}\psi} \cos(\omega_{\text{K}} t - \varepsilon_\psi).$$

Решение этого элементарного дифференциального уравнения общеизвестно, и амплитуда килевой качки будет

$$\psi_0 = -\frac{\overline{m}_{\text{вз}\psi}}{\sqrt{(n_\psi^2 - \omega_{\text{K}}^2)^2 + 4\nu_{\psi\Sigma}^2 \omega_{\text{K}}^2}}.$$

Следующий этап анализа — аппроксимация полученных путем систематических расчетов по соотношению (6) плотностей вероятности

$f_\psi(\psi) = \dfrac{\partial F_\psi(\psi)}{\partial \psi}$, $F_\psi(\psi_P) = 1 - P_\psi(\psi_P)$ и $f_{\dot{\psi}} = \dfrac{\partial F_{\dot{\psi}}(\dot{\psi})}{\partial \dot{\psi}}$, $F_{\dot{\psi}}(\dot{\psi}_P) = 1 - P_{\dot{\psi}}(\dot{\psi}_P)$, подходящими законами распределения. В качестве параметров распределений целесообразно взять оценки первого $\overline{M}_\psi$ (для угловых скоростей $\overline{M}_{\dot{\psi}} = 0$) и второго D_ψ, $D_{\dot{\psi}}$ статистических моментов амплитуд и угловых скоростей нерегулярной килевой качки.

Рассмотрим определение этих величин. Обозначим $\overline{m}_{\text{B}\psi} = \dfrac{M_{\text{B}\psi}(\psi)}{J_Y + \lambda_\psi}$, где величина $M_{\text{B}\psi}(\psi)$, определяемая в общем случае по соотношению (7), в данном случае приближенно оценивается с точностью до ψ, ψ^3. Тогда

$$\overline{m}_{\text{B}\psi}(\psi) \approx \alpha_\psi^* \psi + \gamma_\psi \psi^3 \approx \psi(\alpha_\psi^* + \gamma_\psi \psi^2).$$

Здесь в отсутствие хода и на малых ходах имеем $\alpha^*_\psi = n^2_\psi > 0$ и $\alpha^*_\psi \psi >> \gamma_\psi \psi^3$, при наличии хода, но при скорости $v < v_M$ имеем $\alpha^*_\psi = \alpha_{\psi 2} > 0$ и величины $\alpha_{\psi 2}\psi$ и $\gamma_\psi \psi^3$ могут быть одного порядка. При скорости $v > v_M$ имеем $\alpha^*_\psi = \alpha_{\psi 1} < 0$.

Однако нетрудно видеть, что функция $\overline{m}_{B\psi}(\psi)$ остается нечетной при любом знаке величины α^*_ψ. Тогда в соответствии с критерием, который предложен А.В. Герасимовым [3], случайный процесс килевой качки при любом знаке параметра α^*_ψ может считаться стационарным. Оказывается, что, имеющие место при определенных частотах регулярного возмущения скачкообразные изменения амплитуд при случайных волновых возмущениях будут сглажены и соответствующий случайный процесс с той или иной степенью приближения может рассматриваться как стационарный. (Здесь рассматривается корреляционная теория случайных процессов и стационарность процесса понимается в широком смысле)

Предположим далее, что параметры α^*_ψ и γ_ψ могут считаться не зависящими от частоты (в первом приближении эти величины можно оценить как для бесконечно большой частоты). При этом допущении дальнейший анализ показал, что второй метод статистической линеаризации [5] и приближенный метод статистических моментов [1] приводят — с учетом сделанного автором вывода о стационарности процесса неустойчивой килевой качки – к одному и тому же стохастическому уравнению связи между первым и вторым статистическими моментами:

$$[\alpha_\psi^* + \gamma_\psi(3D_\psi + \overline{M}_\psi^2)]\overline{M}_\psi = 0. \tag{10}$$

Корни уравнения (10), очевидно, есть

$$\overline{M}_{\psi 1} = 0 \text{ и } \overline{M}_{\psi 2} = \pm\sqrt{-\frac{\alpha^*_\psi}{\gamma_\psi} - 3D_\psi}.$$

При линейной, либо при нелинейной, но устойчивой килевой качке СМПВ имеем $\alpha^*_\psi > 0$. Дисперсия D_ψ есть величина существенно положительная. А поскольку диаграмма статической продольной остойчивости СМПВ практически всегда жесткая и $\beta_\psi > 0$, то и $\gamma_\psi > 0$. В таком случае уравнение (10) не имеет отличных от 0 действительных корней. При неустойчивой килевой качке СМПВ, когда $\alpha^*_\psi = -\alpha_{\psi 1}$ и $\alpha_{\psi 1} < 0$, уравнение (10) может иметь два отличных от 0 действительных корня $\overline{M}^*_\psi$:

$$\overline{M}_\psi^* = \pm\sqrt{\frac{\alpha_{\psi 1}}{\gamma_\psi} - 3D_\psi}; \quad \frac{\alpha_{\psi 1}}{\gamma_\psi} - 3D_\psi \ge 0.$$

Таким образом, отличное от 0 математическое ожидание амплитуд килевой качки будет иметь место только тогда, когда дисперсия килевой качки $D_\psi < \dfrac{\alpha_{\psi 1}}{3\gamma_\psi}$. Это стохастический аналог для известных закономерностей поведения динамической системы с перескоком при детерминированном возмущении.

Второе уравнение приближенного метода статистических моментов [1] приводит к следующему соотношению для отыскания средней частоты килевых колебаний $\overline{\omega}_\psi$:

$$\overline{\omega}_\psi = \sqrt{\alpha^*_\psi + 3\gamma_\psi (D_\psi + \overline{M}^2_\psi)}.$$

Дисперсию угловых скоростей $D_{\dot\psi}$ для неустойчивого, но приближенно полагаемого стационарным процесса можно найти по тому же соотношению, что и для случая устойчивой качки:

$$D_{\dot\psi} = \int_0^\infty \omega^2_{\text{K}} S^*_\psi(\omega)\, d\omega.$$

Дело в том, что угловая скорость качки определяется из условия равенства подводимой к кораблю энергии нерегулярного волнения и диссипативных потерь энергии. Это энергетическое соотношение должно быть справедливым и для неустойчивой (но приближенно полагаемой стационарной) качки.

Тогда с учетом всех приведенных зависимостей для первого $\overline{M}_\psi$ и второго D_ψ статистических моментов неустойчивой килевой качки окончательно находим:

$$D_\psi = \frac{D_{\dot\psi}}{\overline{\omega}^2_\psi}; \quad \overline{\omega}_\psi = \sqrt{3\gamma_\psi D_\psi - \alpha^*_\psi};$$

$$\frac{\alpha^*_\psi}{\gamma_\psi} \le 3D_\psi; \quad \overline{\omega}_\psi = \sqrt{2\gamma_\psi \left(\frac{\alpha^*_\psi}{\gamma_\psi} - 3D_\psi\right)}, \quad \frac{\alpha^*_\psi}{\gamma_\psi} \ge 3D_\psi;$$

$$\overline{M}_\psi = \pm\sqrt{\frac{\alpha^*_\psi}{\gamma_\psi} - 3D_\psi}, \quad \frac{\alpha^*_\psi}{\gamma_\psi} \ge 3D_\psi;$$

$$\overline{M}_\psi = 0, \frac{\alpha^*_\psi}{\gamma_\psi} \le 3D_\psi.$$

Здесь α^*_ψ и γ_ψ найдутся по формулам (8а), (8б) при частоте $\omega_{m\text{K}} = \omega_m + \frac{\omega^2_m v}{g}\cos\varphi_{\text{K}}$, где ω_m — частота максимума спектральной плотности волновых ординат, $\omega_m \approx 0{,}7\omega_c$; ω_c — средняя частота волнения.

Далее можно проверить по критериям согласия (Пирсона, Колмогорова) пригодность для плотности вероятности амплитуд килевой качки $f_\psi(\psi)$ при условии $v \ge v_M$ нецентрированного закона Рэлея

$$f_\psi(\psi) = \frac{\psi}{D_\psi}\exp\left[-\left(\frac{\psi - \overline{M}_\psi}{\sqrt{2D_\psi}}\right)^2\right]$$

и закона Райса [11]

$$f_\psi(\psi) = \frac{\psi}{D_\psi}\exp\left[-\frac{\psi^2 + \overline{M}^2_\psi}{2D_\psi}\right] I_0\left(\frac{\psi\overline{M}_\psi}{2D_\psi}\right);$$

$$I_{01}(x) = \frac{1}{\pi}\int_0^x \cos(x\cos\theta)\, d\theta,$$

где $I_{01}(x)$ — модифицированная функция Бесселя нулевого порядка мнимого аргумента x.

Применение нецентрированного закона Рэлея отвечает ситуации, когда отличие от 0 математического ожидания $\overline{M}_\psi$ никак не связано с воздействием волнения. Примеры — бортовая качка при начальном угле крена (обусловленным или постоянным ветром, или несимметрией нагрузки, или затоплением), а также относительные перемещения от продольной качки при наличии корабельной волны и ходовых изменений посадки. Здесь ситуация более сложная. Отличие от 0 величины $\overline{M}_\psi$ связано как с наличием хода, так и с действием волнения. Поэтому наряду с нецентрированным распределением Рэлея целесообразно рассмотреть и применение закона Райса в указанной только что форме (этот закон отражает распределение максимальных значений суммарной величины ψ [11]). Всю эту работу пока только предстоит выполнить.

Полученные таким образом зависимости для амплитуд качки и амплитуд скоростей качки следует сопоставить с нормативными величинами и сделать вывод о возможности или невозможности допущения для СМПВ неустойчивой продольной качки (невыполнение соотношения (2)). Однако при этом следует учитывать, что характер действия на организм человека устойчивой и неустойчивой продольной качки – при одних и тех же амплитудах – может быть различным. Действительно, при устойчивой нерегулярной качке имеем близкие к синусоидальным колебания относительно постоянного положения устойчивого равновесия (здесь это посадка СМПВ на ровный киль). Частоты этих колебаний изменяются со временем, но остаются близкими к средней частоте. Также и амплитуды нерегулярной качки группируются около средней амплитуды. В тоже время при неустойчивой качке возможны резкие трудно прогнозируемые изменения положения равновесия и столь же резкие изменения амплитуды колебаний. Влияние этих качественно новых факторов на самочувствие и работоспособность экипажа должно быть рассмотрено дополнительно.

ВЫВОДЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ ПОСЛЕДУЮЩИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

1. При проектировании СМПВ целесообразно рассматривать возможность допущения потери устойчивости продольной качкой. Это объясняется тем, что угрозы гибели судна в этом случае не возникает, тогда как стремление обеспечить устойчивую продольную качку во что бы то ни стало может привести к значительным экономическим потерям. Хотя проблемы с самочувствием и работоспособностью экипажа при неустойчивой продольной качке и возможны, их следует решать в комплексе, с учетом экономической целесообразности обеспечения устойчивости качки. 2. Общая схема расчета амплитуд и угловых скоростей неустойчивой килевой качки СМПВ на основе теории колебаний динамической неупругой колебательной системы с перескоком [2, 6] была приведена выше. Однако эта схема основана на упрощенном уравнении килевой качки СМПВ (1). Такой подход автор считает оправданным для пояснения идеи расчета, поскольку отказ от упрощений привел бы к весьма громоздким зависимостям, не давая в то же время ничего нового в отношении собственно расчетной схемы. Но, с другой стороны, получение надежных количественных результатов возможно только на основе дополнения соотношения (1) с учетом всех особенностей продольной качки СМПВ. Наряду с рассмотрением системы уравнений вертикальной и килевой качки, что необходимо для всех среднескоростных и быстроходных судов, спецификой СМПВ здесь будет учет вязкого демпфирования; влияния крыльев-успокоителей продольной качки; продольно-горизонтальной качки [9]:

Может оказаться необходимым и детальный учет зависимости от частоты для всех элементов уравнения (9). 3. В процессе последующих исследований наряду с такими параметрами технической устойчивости, как амплитуды и угловые скорости качки, необходимо будет рассмотреть и линейные ускорения, относительные перемещения от продольной качки и характеристики слеминга соединительной конструкции. Анализ самочувствия и работоспособности экипажа желательно выполнять с учетом влияния указанных параметров. 4. В процессе последующих исследований желательно выполнить также и уточнение нормативов по характеристикам продольной качки для ситуации, когда эта качка неустойчива. Это связано с тем, что зависимости ординат продольной устойчивой и неустойчивой качки от времени могут существенно различаться, тогда действие качки на экипаж при одних и тех амплитудах тоже может быть различным.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

[1] *Амплеев Г.Г., Жуков Ю.Д., Некрасов В.А.* Характеристики бортовой качки и предельная устойчивость малотоннажного судна закрытого типа в условиях шторма // Гидродинамика корабля: Сб. науч. тр. НКИ. — Николаев: НКИ, 1987. — С. 33–44

[2] *Бондарь Н. Г.* Устойчивость и колебания упругих систем в современной технике (конструкции с прощелкиванием): Монография. — К.: Вища школа, 1987. — 200 с.

[3] *Герасимов А.В.* Энергостатистическая теория нелинейной нерегулярной качки судна: Монография. — Л.: Судостроение, 1979. — 232 с.

[4] *Кандель Ф.Г.* Определение ударного изгибающего момента для катамарана // Судостроение. — 1976. — № 6. — С. 7–11.

[5] *Кондриков Д.В.* Качка судна при несимметричной нагрузке // Научно-технический сборник Регистра СССР. — Л.: Транспорт, 1978. — Вып. 8. — С. 35–43.

[6] *Крайний Ю.А., Пергаев Е.В.* Бортовая качка судна с отрицательной начальной остойчивостью // Судостроение и судоремонт: Сб. науч. тр. ОИИМФ. — М.: Рекламинформбюро ММФ, 1977. — Вып. 8. — С. 28–33.

[7] Прикладные задачи динамики судов на волнении: Монография / И.К. Бородай, Г.В. Виленский, В.М. Дубицкий и др. — Л.: Судостроение, 1989. — 260 с.

[8] *Соломенцев О.И.* Определение статистических характеристик относительных перемещений двухкорпусного судна на встречном волнении // Автоматизированное проектирование и конструкции судов: Сб. науч. тр. НКИ. — Николаев: НКИ, 1986. — С. 58–72.

[9] *Fang M.C., Lin B. N.* The Simulation of SWATH Ship Motion with Controllable Fin in Longitudinal Waves // International Shipbuilding Progress. — 1998. — Vol. 45, nr 443. — P. 283–307.

[10] *Lee C.M., Curphey R.N.* Prediction of Motions, Stability and Wave Loads of SWATH // Transactions of the Society of Naval Architect and Marine Engineers. — 1977. — Vol. 85. — P. 94-130.

[11] *Ochi M.* Generalization of Raleigh Probability Distribution and it's Applications // Journal of Ship Research. — 1978. — Vol. 22. — Nr 4. — P. 259–265.