РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО-РЕЗОНАНСНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ С РЕЛЕЙНЫМ РЕГУЛИРОВАНИЕМ

Г.В. Павлов, проф., д-р. техн. наук; А.В. Обрубов, доц., канд. техн. наук

Национальный университет кораблестроения, г. Николаев

Аннотация. Представлена математическая модель последовательно-резонансного преобразователя с релейным регулированием, позволяющая рассчитать статические характеристики. Получены характеристики преобразователя в виде графиков для относительных величин и математические выражения основных параметров силовой схемы.

Ключевые слова: резонанс, резонансный преобразователь, резонансный контур, релейное регулирование, амплитуда колебаний.

Анотація. Представлено математичну модель послідовно-резонансного перетворювача з релейним регулюванням, яка дозволяє розрахувати статичні характеристики. Отримано характеристики перетворювача у вигляді графіків для відносних величин та математичні вирази основних параметрів схеми.

Ключові слова: резонанс, резонансний перетворювач, резонансний контур, релейне регулювання, амплітуда коливань.

Abstract. The modified schematics of controlled harmonic's and reactive power compensator are proposed in the article. Mentioned schematics include reactor compensator with time-proportional control. The analysis of regulator and methodic of it's characteristics calculation are proposed.

Keywords: resonance, resonant converter, resonant contour, relay regulation, amplitude of fluctuations.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

Резонансные преобразователи электроэнергии содержат в своих силовых схемах цепи с емкостями и индуктивностями, в которых при работе преобразователя возникают резонансные явления, способствующие формированию синусоидальных токов и напряжений в нагрузках инвертора. В преобразователях постоянного напряжения резонансные явления используются главным образом для уменьшения коммутационных потерь в силовых вентилях [1, 3]. В двухтактных схемах инверторов преобразователей существенное снижение коммутационных потерь в транзисторах имеет место при равенстве частоты коммутации резонансной частоте силового контура. В инверторе с параллельным контуром становится возможной коммутация транзисторов в нуле напряжения, в инверторе с последовательным контуром — в нуле тока. В системах питания часто используют преобразователи, содержащие инверторы с последовательными контурами — последовательно-резонансные преобразователи (ПРП), поскольку в них легче обеспечить защиту от перегрузок.

При довольно большом отношении рабочей частоты преобразователя к частотам реакции нагрузки можно регулировать мощность преобразователя путем введения частых и кратковременных прерываний в работе инвертора, длящихся по времени от одного до нескольких периодов коммутации. Длительность прерываний меняется при регулировании мощности, а частота резонансных колебаний остается неизменной. Таким образом, обеспечиваются условия для снижения потерь в транзисторах инвертора. В качестве регулятора может быть использован релейный элемент, поэтому способ регулирования мощности в этом случае будет релейным.

ЦЕЛЬЮ СТАТЬИ является получение статических характеристик ПРП, определение факторов, влияющих на линейность регулирования, и выяснение основных достоинств и недостатков релейного регулирования.

ИЗЛОЖЕНИЕ ОСНОВНОГО МАТЕРИАЛА

Схема силовой части ПРП на рис. 1 содержит мостовой инвертор на транзисторах VI-V4, подключенный к первичному источнику питания с напряжением U_n , резонансную *LCr*-цепь (РЦ), выпрямительный мост на диодах V5-V7 и потребитель энергии, представленный в виде источника напряжения U_n . Мостовой инвертор автономно генерирует переменное напряжение u_g прямоугольной формы с величиной, близкой к напряжению питания U_n . К выходу инвертора подключен последовательный резонансный контур, образованный РЦ и выпрямителем с нагрузкой. Контур настроен на рабочую частоту инвертора. При работе инвертора возникают резонансные колебания, которые в установившемся режиме будут происходить в такт с перепадами напряжения *u_a*.

Фаза первой гармоники этого напряжения совпадет с фазой колебаний тока контура, и моменты перехода кривой тока через нуль совпадут с моментами переключения транзисторов инвертора [2, 3]. Изменение параметров силовых компонентов ПРП может привести к расстройке резонансной частоты контура относительно частоты инвертора, что вызовет сдвиг фаз между первыми гармониками напряжения инвертора и тока контура и приведет к возрастанию коммутационных потерь. Поэтому нельзя допустить существенной расстройки контура ПРП.

Принцип релейного регулирования здесь состоит в периодическом включении и выключении режима генерации прямоугольного напряжения инвертором ПРП, что воздействует на РЦ с выпрямителем и нагрузкой. Амплитуда возникающих при этом резонансных колебаний будет нарастать в режиме генерации инвертора и спадать при его выключении. Средняя мощность будет зависеть от относительной продолжительности работы инвертора в течение каждого периода регулирования.

Период регулирования, таким образом, содержит два этапа: рабочий режим инвертора, условно этап G (generation — генерирование), и режим остановки инвертора и обеспечения близкого к нулю напряжения на его выходе, условно этап D (dissipation, dispersion — рассеивание). Порядок включения транзисторов в течение одного периода преобразования должен обеспечиваться локаль-



Рис. 1. Схема силовой части ПРП

Полярность полупериода тока	Режим работы инвертора	
	<i>G</i> — генерация	<i>D</i> — рассеивание
Положительная	V1, V4, V5, V8	V1, V3, V5, V8
Отрицательная	V2, V3, V6, V7	V2, V4, V6, V7

Таблица 1. Порядок включения вентилей инвертора

ной системой управления инвертором ПРП, как показано в таблице 1.

На рис. 2 представлена эквивалентная схема ПРП, поясняющая принцип релейного регулирования. В схеме инвертор И замещен источником прямоугольного напряжения u_g и управляемым коммутатором режимов инвертора. В реальном инверторе генерация и переключение режимов осуществляются силовыми транзисторами V1-V4 согласно сигналам локальной системы управления.

Во время этапа G энергия из инвертора поступает в контур, образованный РЦ, последовательно включенной через выпрямительный мост B с цепью нагрузки $C_{_0}R_{_{\rm H}}$. Активное сопротивление r включает в себя все активные сопротивления контура ПРП.

Через цепь нагрузки проходят полуволны выпрямленного резонансного тока i_p , которые сглаживаются фильтрующей емкостью, поэтому цепь нагрузки близка по свойствам к источнику ЭДС в течение одного периода колебаний, а ток нагрузки соответствует текущему среднему значению выпрямленного резонансного тока.

Во время этапа *D* напряжение инвертора равно нулю. Диоды выпрямительного моста пропускают ток только навстречу эквивалентной ЭДС нагрузки, и энергия колебаний контура выделяется (рассеивается) в основном в нагрузке. Амплитуда колебаний с каждым полупериодом уменьшается.

Резонансная цель выполняет здесь функции передаточного звена между инвертором и нагрузкой, формируя синусоидальный ток, и работает как накопитель энергии; на этапе G накапливает энергию и передает в нагрузку, на этапе D — только отдает в нагрузку.

Включением и выключением инвертора управляет регулятор — релейный элемент РЭ, реагирующий на разницу между задающим напряжением $u_{_{3ал}}$ и напряжением нагрузки. Если на этапе \hat{G} выходное напряжение превысит верхний порог стабилизации, регулятор выключит инвертор. Когда выходное напряжение станет меньше нижнего порога стабилизации, инвертор снова включится. Для нормальной работы преобразователя гистерезис регулятора должен быть сравним либо больше размаха пульсаций выходного напряжения, вызванных резонансными колебаниями. Триггер Т синхронизируется с работой инвертора и служит для корректного переключения режимов. Тогда период регулирования будет вмещать в себя целое число *т* полупериодов колебаний: $T_m = T \cdot m/2$, где $T = 2\pi/\omega_1$ — период свободных колебаний; ш₁ — угловая частота колебаний. Число по-



Рис. 2. Схема силовой части ПРП



Рис. 3. Эпюры резонансных колебаний тока контура ПРП в режимах прерывистых (*a*) и непрерывных (*б*) колебаний

лупериодов колебаний, входящих в этап G, обозначим как п. В качестве показателя регулирования введем коэффициент $\gamma_m = n/m$, аналогичный относительной длительности отбора энергии от источника питания в импульсных преобразователях. При неизменном периоде регулирования m = const u $\gamma_m < 1$ на этапе D резонансные колебания могут прекратиться раньше очередного включения инвертора. Появится пауза в резонансных колебаниях, или, другими словами, наступит режим прерывистых колебаний. Если колебания не успевают затухать в течение периода регулирования, ПРП работает в режиме непрерывных колебаний, что иллюстрируется рис. 3.

Математическое описание процессов силовой схемы ПРП основывается на системе уравнений, связывающих резонансный ток и напряжение на емкости,

$$\frac{d}{dt}X = AX + BU,\tag{1}$$

где $X = \begin{vmatrix} i_p(t) \\ u_c(t) \end{vmatrix}; A = \begin{vmatrix} -r/L & -1/L \\ 1/C & 0 \end{vmatrix}; B = \begin{vmatrix} 1/L \\ 0 \end{vmatrix};$

 $U = u_{LC}(t) = u_g(t) + u_b(t)$ — напряжение на РЦ; $u_b(t)$ — напряжение на входе выпрямительного моста.

Напряжение инвертора имеет прямоугольную форму с амплитудой U_n на этапе Gи равно нулю на этапе D. Напряжение $u_b(t)$ имеет прямоугольную форму и полярность, совпадающую с полярностью тока контура. При работе ПРП на резонансной частоте напряжение $u_{LC}(t)$ будет иметь форму меандра. Между моментами коммутации процессы в контуре можно рассматривать как свободные колебания, вызванные очередным перепадом напряжения $u_{LC}(t)$. Колебательный процесс в любой момент времени представим как сумму составляющих, вызванных перепадами напряжения в предшествующие моменты коммутации. Рассмотрим одну составляющую в виде классического решения системы (1) для начальных условий $i_p(0) = 0$; $u_{LC}(0) = u_b$:

$$\begin{cases} \rho i_{\rm p}(t) = A\Theta(t)\sin\omega_{\rm l}t; \\ u_{L}(t) = \frac{A}{\cos\varphi}\Theta(t)\cos(\omega_{\rm l}t+\varphi); \\ u_{C}(t) = -\frac{A}{\cos\varphi}\Theta(t)\cos(\omega_{\rm l}t-\varphi); \end{cases}$$

где $\rho = \sqrt{L/C}$ — волновое сопротивление контура; $\Theta(t) = e^{-\lambda t}$ — функция затухания; $\lambda = r/2L$ — коэффициент затухания;

 $\omega_1 = \omega_0 \sqrt{1 - 1/4Q^2}$ — частота свободных колебаний; $\omega_0 = \sqrt{1/LC}$ — частота идеального резонанса; $\varphi = \arctan(1/2Q)$; Q — добротность контура; A — амплитуда колебаний.

В начальный момент времени амплитуда определяется приложенным к РЦ напряжением, поскольку $u_c(0) = 0$ и $u_r(0) = 0$, $A = u_L(0) = U_h$. Далее ток и напряжение меняются по законам затухающего синуса либо косинуса. Значения гармонических функций легко определить в любой момент времени по известным начальным фазам; например, для синуса 0, $\pi + \varphi$, $\pi - \varphi$. Следовательно, для описания процессов достаточно опреде-



Рис. 4. График функции амплитуды резонансных колебаний

лить функцию амплитуды в течение одного полупериода в виде

$$A(t) = A\Theta(t). \tag{2}$$

В любой момент времени функция амплитуды есть сумма составляющих (2):

$$A(t) = \sum \Delta A_k \Theta(t), \qquad (3)$$

где $\Delta A_k = U_{hk}$ — приращение амплитуды, вызванное очередным перепадом напряжения $u_{LC}(t)$ в начале *k*-го полупериода. Сумму приращений выразим дискретной функцией, и (3) преобразуется так:

$$A(kt+t) = A_{\mu}\Theta(t).$$

Примерный вид функции амплитуды для периода регулирования показан на рис. 4. В начале *k*-го полупериода амплитуда изменяется скачком вследствие коммутации, а затем убывает согласно функции затухания.

Рассмотрим предельный случай и положим добротность контура равной бесконечности. Функция затухания устремится к единице: $\Theta(t) \rightarrow 1$. Амплитуда будет претерпевать только скачкообразные изменения и, как видно из рис. 4, на этапе *G* получит *n* приращений величиной $U_{hGk} = 2(1 - q)$, а на этапе *D* уменьшится m - n раз на величину $U_{hD} = 2q$, где $q = U_{\rm H} / U_{\rm n}$ — относительное напряжение нагрузки. Напряжение $u_{LC}(t)$ на этапе *G* синфазно с колебаниями, на этапе *D* — противофазно. Составим уравнение, связывающее амплитуду колебаний в начале и в конце периода регулирования:

$$A_m - A_0 = U_{hG}n - U_{hD}(m - n), \qquad (4)$$

которое справедливо при $A \ge 0$; q = const.Для установившегося режима справедливо равенство $A_m - A_0 = \Delta A = 0$ и уравнение (4) примет вид 2(1-q) - 2q(m-n) = 0, откуда

$$q = n/m = \gamma_m$$
.

Данное выражение описывает линейную регулировочную характеристику ПРП с идеальным контуром в режиме непрерывных колебаний.

Теперь определим влияние конечной добротности контура на характеристики ПРП.

Составим разностное уравнение для *k*-й амплитуды согласно диаграмме на рис. 4:

$$A_k = A_{k-1}\Theta + U_{hk},$$

где $\Theta = e^{\frac{2Q(1-1/4Q^2)}{2}}$ — функция затухания за один полупериод.

Решение в общем виде запишется так:

$$A_{k} = (A_{k-2}\Theta + U_{hk-1})\Theta + U_{hk} = ((A_{k-3}\Theta + U_{hk-2})\Theta + U_{hk-1})\Theta + U_{hk} = \dots$$

$$\dots = A_{k-k}\Theta^{k} + U_{h}\sum_{i=0}^{k-1}\Theta^{j}.$$
(5)

С помощью предельной формы $T \to 0, k \to \infty, kT = t_k$ (5) можно преобразовать в более удобный вид

$$A_k = A_0 \Theta^k + U_h \frac{1 - \Theta^{k-1}}{\lambda T}$$

Подставив U_{hG} и U_{hD} запишем значения амплитуды в конце этапов G и D:

$$A_n = A_0 \Theta^n + (1 - q) \frac{2}{\lambda T} (1 - \Theta^{n-1});$$
(6)

$$A_{m} = A_{0} \Theta^{m-n} - q \frac{2}{\lambda T} (1 - \Theta^{m-n-1}).$$
⁽⁷⁾

Используя (6) и (7), составим уравнение установившегося режима:

$$A_{m} - A_{0} = 0;$$

$$A_{0}(\Theta^{m} - 1) + \frac{2}{\lambda T} \Theta^{m-n} (1 - \Theta^{n-1}) - q \frac{2}{\lambda T} (\Theta^{m-n} - \Theta^{m-1} - \Theta^{m-n-1} + 1) = 0.$$
(8)

Амплитуду выразим через ток нагрузки. Допустим, что в режиме непрерывных колебаний средняя амплитуда равна среднему арифметическому:

. .

$$A_{\rm cp} \approx (A_0 + A_n)/2, \tag{9}$$

а ток нагрузки пропорционален средней амплитуде:

$$I_{\rm H} = 2A_{\rm cp}/\pi\rho. \tag{10}$$

Подставив (6) в (9), (9) в (10) и (10) в (8), получим статическую зависимость выходного напряжения ПРП с учетом конечной добротности

$$q(n,m,I_{\rm H},Q) = \frac{P_{\rm l} - I_{\rm H} \rho \pi \frac{1 - \Theta^m}{1 + \Theta^n}}{P_{\rm 2}};$$
(11)

входящие в эту зависимость полиномы имеют вид

$$P_{1} = \frac{2}{\lambda T} \left[\frac{(1 - \Theta^{n-1})(1 - \Theta^{m})}{1 + \Theta^{n}} + \Theta^{m-n} - \Theta^{m-1} \right];$$

$$P_{2} = \frac{2}{\lambda T} \left[\frac{(1 - \Theta^{n-1})(1 - \Theta^{m})}{1 + \Theta^{n}} + 1 + \Theta^{m-n} - \Theta^{m-1} - \Theta^{m-n-1} \right]$$

На рис. 5 показаны семейства регулировочных характеристик ПРП, определенных из (11) для неизменного периода регулирования m = 25 и n = var. Данные характеристики соответствуют включению на выходе ПРП источника тока I_{μ} , не зависящего от напряжения нагрузки. Значения добротности контура от нескольких единиц до двух-трех десятков соответствуют достижимым значениям в реальном ПРП, значение Q = 100 трудно обеспечить практически, однако характеристики ПРП для таких значений можно рассматривать как приближение к схеме без потерь, или как предельные характеристики. Регулировочные характеристики при активном сопротивлении нагрузки получаем, преобразовав (11) к виду

$$q(n,m,R_{\rm H},Q) = \frac{P_1}{P_2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\rho\pi}{R_{\rm H}P_2} \cdot \frac{1 - \Theta^m}{1 - \Theta^n}}$$

На рис. 6 приведены регулировочные характеристики ПРП, нагруженного на различные активные сопротивления и с различными значениями добротности контура. Семейства внешних характеристик на рис. 7 для непрерывных колебаний получены из (11). Для прерывистых колебаний характеристики аппроксимируются с использованием (11) и (10) при $A_0 = 0$ следующей зависимостью:



Рис. 5. Семейства регулировочных характеристик ПРП для различных значений добротности контура и тока нагрузки: *1* — *I*₄ = 0; *2* — 10; *3* — 30; *4* — 70



Рис. 6. Регулировочные характеристики ПРП для различных значений добротности контура и сопротивлений нагрузки: *1* — *R*_н = 0,01; *2* — 0,1; *3* — 1; *4* — 10



Рис. 7. Семейства внешних характеристик ПРП для различных значений добротности контура и длительности этапа генерации: *1* — *n* = 5; *2* — 10; *3* — 18; *4* — 25

$$q(n, I_{\rm H}) = \frac{(2/\pi\rho\lambda T)(1-\Theta^{n-1}) - I_{\rm H}}{(2/\pi\rho\lambda T)(1-\Theta^{n-1})}.$$
(12)

Пунктирные кривые, разграничивающие области прерывистых (примыкает к участку q = 0...1 оси ординат) и непрерывных колебаний, состоят из множеств точек, общих для (11) и (12). Внешние характеристики для прерывистых и непрерывных колебаний рассчитывались отдельно, затем численными методами находились точки граничных линий и графики характеристик совмещались друг с другом.

выводы

1. Как видно из графиков, релейное регулирование обеспечивает близкие к линейным регулировочные характеристики при постоянном периоде регулирования и переменной длительности этапа генерации *G*. Чем больше добротность контура, тем выше линейность регулирования. Внешние характеристики подобны характеристикам широтно-импульсных преобразователей.

2. Из зависимости (11) следует, что чем меньше период регулирования *m*, тем мень-

ше влияет добротность контура на линейность регулировочных характеристик ПРП. Однако уменьшение периода m означает уменьшение плавности регулирования, поскольку длительность n этапа G может меняться только дискретно в диапазоне 0...mпо целым значениям. При некоторых значениях задающего напряжения могут возникнуть субгармонические пульсации на выходе.

3. Достоинством рассмотренного релейного регулирования является отсутствие специальных мер для обеспечения устойчивости регулирования с обратной связью и высокое быстродействие регулирования [1, 4]. Недостаток — уменьшение частоты пульсаций при увеличении периода регулирования *m*, что ведет к утяжелению сглаживающего фильтра на выходе. Поэтому ПРП с релейным регулированием предпочтительно использовать для инертных потребителей, некритичных к пульсациям, например для электроприводов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Замкнутые системы преобразования электрической энергии / В.Я. Жуйков, И.Е. Коротеев, В.М. Рябенький, Г.В. Павлов и др. / Под ред. В.Я. Жуйкова. — К.: Техніка; Братислава: Альфа, 1989. — 320 с.
- [2] Павлов Г.В., Обрубов А.В. Дискретная модель активного резонансного контура последовательно-резонансного преобразователя // Технічна електродинаміка. Темат. вип. Силова електроніка та енергоефективність. — К.: ІЕД НАНУ, 2003. — Ч. III. — С. 52–55.
- [3] Розанов Ю.К. Полупроводниковые преобразователи со звеном повышенной частоты. — М.: Энергоатомиздат, 1987. — 184 с.
- [4] Топчеев Ю.И. Атлас для проектирования систем автоматического регулирования. М.:Машиностроение, 1989. 752 с.