УДК 621.791.75
В 31

АНАЛИЗ ДИНАМИКИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ С ДУГОЙ И РЕАКТОРОМ, ВКЛЮЧЕННЫМ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО С КОНДЕНСАТОРОМ

Е. Н. Верещаго, канд. техн. наук, доц.[1];
В. Н. Сидорец, д-р техн. наук[2]

[1]*Национальный университет кораблестроения, г. Николаев*
[2]*Институт электросварки им. Е.О. Патона НАНУ, г. Киев*

Аннотация. Приведены методика и метод исследования динамики нелинейной электрической *RLC*-цепи с дугой и показано, что в ней возможно возникновение и существование детерминированного хаоса.
Ключевые слова: динамика, исследование, электрическая дуга, колебания, хаос.

Анотація. Наведено методику та метод дослідження динаміки нелінійного електричного *RLC*-кола з дугою і показано, що в ньому можливе виникнення та існування детермінованого хаосу.
Ключові слова: динаміка, дослідження, електрична дуга, коливання, хаос.

Abstract. The technique and method of studying of dynamics of nonlinear electrical *RLC*-circuit with the arc are presented and the opportunity of emergence and existence of deterministic chaos are shown in this work.
Keywords: dynamics, research, electrical arc, oscillations, chaos.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

Дальнейшим развитием исследований нелинейных диссипативных цепей является изучение электрических цепей с дугой, которые описываются системой трех дифференциальных уравнений.

Существенно, что появление дополнительной степени свободы при переходе от двухмерных к трехмерным системам может привести к значительным изменениям в поведении системы [1–3].

Главная особенность трехмерных динамических систем в отличие от двухмерных заключается в том, что в некоторых из них обнаружен так называемый детерминированный хаос [3–5, 7]. В результате в системе без случайных возмущающих сил и случайно изменяющихся параметров могут протекать процессы, внешне напоминающие случайные процессы.

АНАЛИЗ ПОСЛЕДНИХ ИССЛЕДОВАНИЙ И ПУБЛИКАЦИЙ

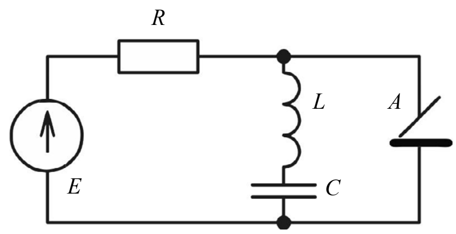
Простейших *RLC*-цепей с дугой может быть восемь. Отдельные из них исследованы в публикациях [6, 7]. Таким образом, перспективность исследования электрических цепей с дугой, которые описываются тремя дифференциальными уравнениями, подтверждается и с этой точки зрения.

ЦЕЛЬЮ СТАТЬИ является не только изложение и исследование наиболее интересных электрических *RLC*-цепей с дугой, когда реактор включен последовательно с конденсатором, но и представление их в тесной взаимосвязи с основными концепциями, проблемами и методами современной теории устойчивости.

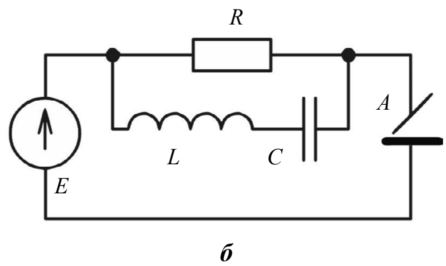
ИЗЛОЖЕНИЕ ОСНОВНОГО МАТЕРИАЛА

Схемы таких цепей представлены на рис. 1,***а***,***б***.

Цепи содержат последовательно соединенные источник постоянного напряжения *E*, резистор *R* и дугу *A*, а также последовательный *LC*-контур, состоящий из реактора *L* и конденсатора *C*. В первой цепи контур подключен параллельно дуге, во второй – параллельно резистору.



а



б

Рис. 1. Электрические цепи с дугой, которые описываются тремя дифференциальными уравнениями (все элементы цепей, кроме дуги *A*, линейны): ***а*** – *LC*-контур подключен параллельно дуге; ***б*** – *LC*-контур подключен параллельно резистору

Уравнения, описывающие RLC-цепи с дугой и реактором, включенным последовательно с конденсатором. Как и в [7], в качестве независимых переменных выберем ток в реакторе i, напряжение на конденсаторе u и ток состояния дуги i_θ. Тогда уравнения Кирхгофа, описывающие первую цепь, будут иметь следующий вид:

для контура (содержащего резистор и дугу)

$$E = Ri_R + \frac{U(i_\theta)}{i_\theta} i_A, \tag{1}$$

для узла

$$i_R = i + i_A, \tag{2}$$

где i_R – ток резистора; i_θ – ток состояния дуги [6]; i_A – ток дуги. Эти уравнения не являются дифференциальными, но они позволяют получить явное выражение для тока дуги:

$$i_A = \frac{E - Ri}{R + \frac{U(i_\theta)}{i_\theta}}. \tag{3}$$

Дифференциальным будет уравнение, соответствующее закону Кирхгофа для контура, содержащего LC-контур и дугу:

$$L\frac{di}{dt} + u = \frac{U(i_\theta)}{i_\theta} \frac{E - Ri}{R + \frac{U(i_\theta)}{i_\theta}}. \tag{4}$$

Второе дифференциальное уравнение получаем непосредственно из закона Фарадея:

$$C\frac{du}{dt} = i. \tag{5}$$

Третье дифференциальное уравнение – это динамическая модель дуги с учетом выражения для тока дуги (3)

$$\theta\frac{di_\theta^2}{dt} + i_\theta^2 = \left[\frac{E - Ri}{Ri_\theta + U(i_\theta)}\right]^2 i_\theta^2. \tag{6}$$

Окончательно система, описывающая первую цепь, принимает вид

$$\begin{cases} \dfrac{di}{dt} = \dfrac{1}{L}\left[U(i_\theta)\dfrac{E - Ri}{Ri_\theta + U(i_\theta)} - u\right]; \\ \dfrac{du}{dt} = \dfrac{1}{C} i; \\ \dfrac{di_\theta^2}{dt} = \dfrac{1}{\theta}\left\{\left[\dfrac{E - Ri}{Ri_\theta + U(i_\theta)}\right]^2 - 1\right\} i_\theta^2. \end{cases} \tag{7}$$

Не повторяя выкладки, касающиеся второй цепи, отметим, что она также описывается системой (7), но с учетом преобразования переменных $u \Leftrightarrow E - u$. Поэтому сосредоточимся на исследовании только первой цепи.

С целью обобщения задачи и уменьшения числа параметров, которые характеризуют исследуемую цепь, приведем систему (7) к безразмерному виду:

$$\begin{cases} \dot{x} = \dfrac{1}{L}\left(\dfrac{1 + R - Rx}{R + z^{\frac{n-1}{2}}} z^{\frac{n-1}{2}} - y\right); \\ \dot{y} = \dfrac{1}{C} x; \\ \dot{z} = \left(\dfrac{1 + R - Rx}{R + z^{\frac{n-1}{2}}}\right)^2 - z. \end{cases} \tag{8}$$

Поскольку в качестве масштаба времени выбрана постоянная времени дуги θ, напряжения – U_0 и тока – I_0, система имеет безразмерные комплексы

$$\overline{R} = \frac{RI_0}{U_0}; \quad \overline{C} = \frac{CU_0}{\theta I_0}; \quad \overline{L} = \frac{LI_0}{\theta U_0}.$$

При выводе уравнений (8) учтем степенной вид статической вольт-амперной характеристики (ВАХ) дуги $U(i) = U_0\left(\frac{i}{I_0}\right)^n$, где U_0 и I_0 – соответственно напряжение и ток дуги в точке привязи аппроксимации к реальной статической ВАХ дуги; n – показатель степени (для свободных дуг $n = -1/3$), и связь между параметрами

$$U_A = \frac{U(i_\theta)}{i_\theta}.$$

Независимые переменные имеют вид

$$\tau = \frac{t}{\theta}; \quad x = \frac{i}{I_0}; \quad y = \frac{u}{U_0}; \quad z = \frac{i_\theta^2}{I_\theta^2}.$$

Качественный анализ. Особые точки определяются с помощью стандартной процедуры приравнивания правых частей системы (8) нулю. Исключая переменные y и z, получаем нелинейное уравнение, которое имеет два решения, что соответствует двум особым точкам:

S с координатами (0, 1, 1);

N с координатами (0, x_N^n, x_N^2), где x_N определяется уравнением $1 + R - Rx_N = x_N^n$.

Как и в статье [7], координаты особых точек не зависят от величины реактивных элементов цепи L и C, а определяются лишь параметрами R и n. Анализ повторять не будем, но напомним, что в дальнейшем будем рассматривать только случай

$$R > -n. \tag{9}$$

В ходе анализа будет необходима матрица Якоби для системы (8). Из-за громоздкости приводить формулу для матрицы Якоби не будем. Также не будем подробно останавливаться на линейном анализе вблизи особой точки N, т. к. рассматриваемая цепь обладает свойствами, подобными свойствам цепи, которая анализировалась в [6].

Остановимся подробнее на изучении свойств цепи вблизи особой точки S. Для этого получим соответствующую матрицу Якоби

$$A_S = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L(1+R)} & -\frac{1}{L} & -\frac{(1-n)R}{2L(1+R)} \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 \\ -\frac{2R}{1+R} & 0 & -\frac{R+n}{1+R} \end{bmatrix}$$

и характеристическое уравнение

$$\begin{gathered} LC(1+R)\lambda^3 + C[R + L(R+n)]\lambda^2 + \\ + (1 + R + nRC)\lambda + (R+n) = 0. \end{gathered} \qquad (10)$$

Анализируя формулу (10), можно сделать вывод, что если выполняется условие (9), то произведение трех собственных значений меньше нуля:

$$\lambda_1^{(S)}\lambda_2^{(S)}\lambda_3^{(S)} < 0. \qquad (11)$$

Если собственные значения действительны, то они или все отрицательные, или одно отрицательное, а два положительных. Если два собственных значения комплексные, то третье действительное собственное значение отрицательное. В отличие от цепей, исследованных в [7], здесь имеется только один предельный переход. При $L \to 0$ исследуемая система [6, 7] сводится к RC-цепи с дугой. В этой цепи точке S соответствуют два отрицательных собственных значения знаков. Поэтому для удовлетворения условию (11) необходимо, чтобы третье собственное значение было также отрицательным. Так как при $L \to 0$ третье собственное значение $|\lambda_3| \to \infty$, то в данном случае $\lambda_3 \to -\infty$.

Решая уравнение (10) относительно L:

$$L = -\frac{RC\lambda^2 + (1 + R + nRC)\lambda + R + n}{C\lambda^2[(1+R)\lambda + R + n]}, \qquad (12)$$

определяем, что предельными собственными значениями при $L \to \infty$ являются

$$\operatorname{Re}\lambda_{1,2}^{(S)} = +0; \quad \lambda_3^{(S)} = -\frac{R+n}{1+R} < 0, \qquad (13)$$

т. е. полюса выражения (12). Из выражения (13) видно, что при больших значениях L линеаризованная система неустойчива.

Решая уравнение (10) относительно C:

$$C = -\frac{(1+R)\lambda + R + n}{\lambda\{L(1+R)\lambda^2 + [R + L(R+n)]\lambda + nR\}}, \qquad (14)$$

видим, что зависимость собственных значений от параметра C при $C \to \infty$ всегда имеет три асимптоты, причем ненулевые имеют разные знаки, а при $C \to 0$ – одну асимптоту, два остальных собственных значения комплексные.

На рис. 2 представлены результаты численных расчетов собственных значений $\lambda^{(S)}$ в зависимости от параметров. Как оказалось, зависимости от параметра C могут быть двух типов. Первый тип – когда одно собственное значение на всем интервале изменения параметра C остается отрицательным и изолированным от двух других, которые при малых значениях параметра C комплексные. Лишь при очень больших значениях параметра C они становятся действительными и положительными.

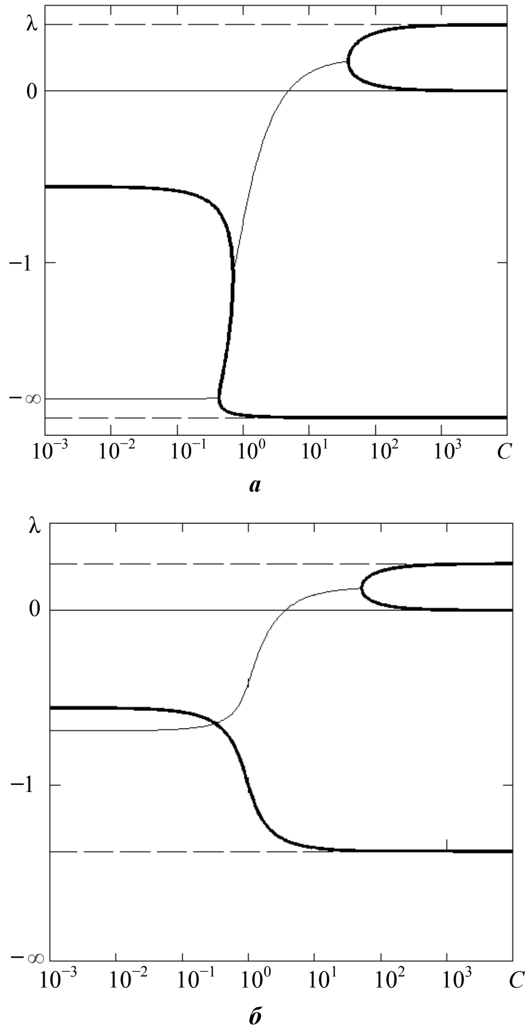


Рис. 2. Зависимость собственных значений особой точки S от параметра C: ***а*** – R = 1,50; L = 0,05; ***б*** – R = 1,5; L = 0,5; ——— – действительные собственные значения; ——– комплексные собственные значения; – – – – асимптоты (по оси абсцисс шкала логарифмическая, по оси ординат – проективная)

Второй тип характеризуется взаимодействием всех трех собственных значений, и в отличие от первого типа существует два диапазона изменения параметра C, где собственные значения комплексные.

В обоих типах также присутствует диапазон значений параметра C, где точка S является седлофокусом с одним отрицательным собственным значением и двумя комплексными собственными значениями, имеющими положительную действительную часть. Этот диапазон также представляет интерес, т. к. он тоже подпадает под первое условие теоремы Шильникова [8] о рождении странного аттрактора из седлофокуса.

Сделаем количественные оценки, с помощью которых можно охарактеризовать тип особой точки S. Рассмотрим плоскости параметров (R, C), (L, C) и (R, L) и построим в них характерные кривые:

кривые перехода «узел – узлофокус» (жирные линии);

кривые перехода «устойчивый узлофокус – неустойчивый узлофокус» (тонкие линии).

Зависимости $C_f(R)$ и $C_f(L)$ всегда будут иметь три или один положительный корень. В зависимости $C_f(L)$ переход от варианта с тремя корнями к одному корню происходит при увеличении параметра L при всех значениях параметра R. В зависимости $C_f(R)$ это происходит только при больших значениях параметра L. При малых значениях параметра L зависимость $C_f(R)$ для всех значений параметра R показана на рис. 3 и 4.

Это значение совпадает с таким же значением ($L_{3,1m} = \sqrt{3\cos(5/18)} - 1 = 0,113340798$ для $n = -1/3$) для первой цепи, проанализированной в публикации [7].

Бифуркация Хопфа. Анализ графиков зависимостей собственных значений $\lambda^{(S)}$ от параметров исследуемой системы R, L и C (см. рис. 2 и 3) показывает, что есть значения параметров, когда действительная часть собственных значений пересекает нулевой уровень (см. рис. 2,***а***,***б***). Следовательно, пара собственных значений становится чисто мнимой, а третье собственное значение при этом отрицательное $\lambda_3 = \delta < 0$.

Такая ситуация характерна для бифуркации Хопфа. Чтобы убедиться в этом, проведем более подробное исследование.

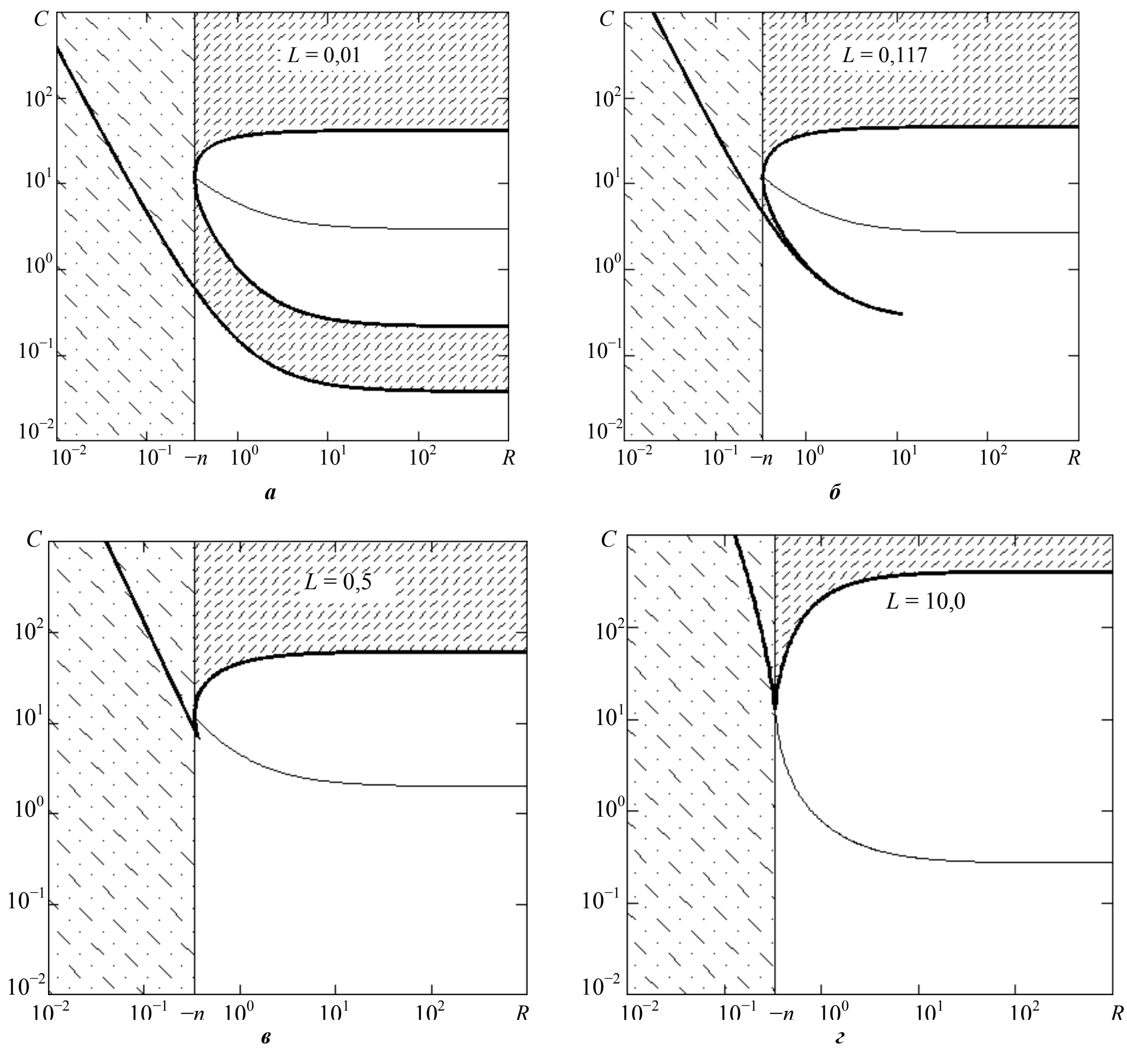
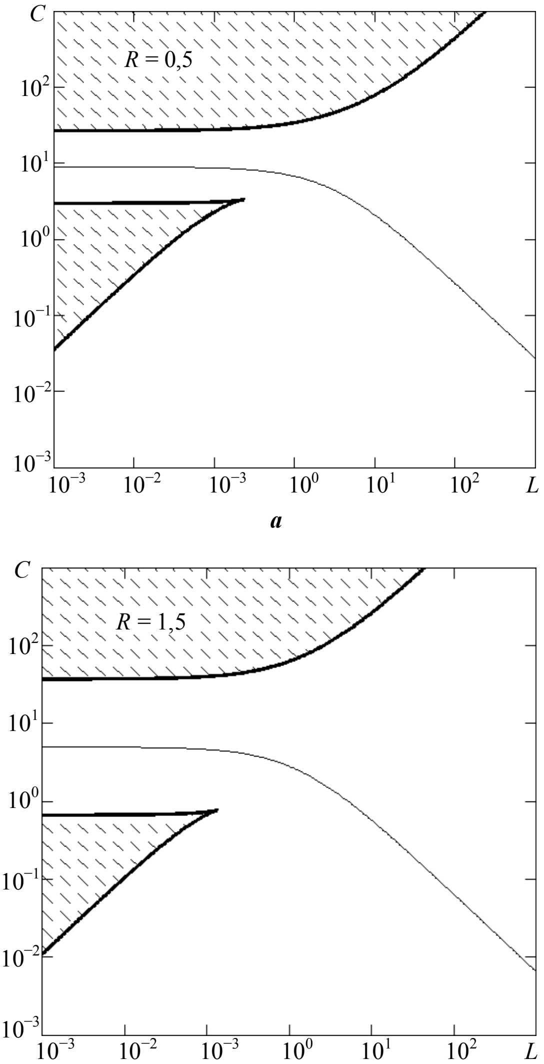


Рис. 3. Границы кратности (——) и чистой мнимости (——) собственных значений особой точки S в плоскости (R, C): в незаштрихованной области точка S – узлофокус



а

б

Рис. 4. Границы кратности (——) и чистой мнимости (——) собственных значений особой точки S в плоскости (L, C): в незаштрихованной области точка S – узлофокус

Условие, когда пара корней полинома равна по модулю и противоположна по знаку (т. е. в частном случае – наличие пары чисто мнимых корней), для исследуемой системы имеет вид

$$LC(1+R)(R+n) = C\left[R + L(R+n)\right](1 + R + nRC). \qquad (15)$$

Это условие представляет собой квадратное уравнение относительно параметра n и линейное относительно параметров R, L и C.

Если для определенности в качестве бифуркационного параметра выберем параметр C, уравнение (15) можно решить относительно него:

$$C_H = -\frac{1+R}{n\left[R + L(R+n)\right]}. \qquad (16)$$

На рис. 5,***а***,***б*** представлено семейство кривых зависимостей $C_H(R)$ при различных значениях параметра L и R соответственно. Для их построения можно также пользоваться параметрической формой записи:

$$C_H(\omega) = \frac{1-n}{\omega^2 + n^2 + \omega^2 L(1-n)}; \qquad (17)$$

$$R_H(\omega) = -\frac{\omega^2 + n^2}{\omega^2 + n}. \qquad (18)$$

На рис. 5,***в*** представлено семейство кривых зависимостей $L_H(R)$ при различных значениях параметра C. Построение можно выполнять с помощью параметрической формы записи, где зависимость $L_H(\omega)$ имеет вид

$$L_H(\omega) = \frac{1 - n - C\left(\omega^2 + n^2\right)}{\omega^2 C(1-n)}, \qquad (19)$$

а зависимость $R_H(\omega)$ задается формулой (18).

Проведенный выше анализ показывает, что перспективным для дальнейшего исследования является выбор параметра C в качестве бифуркационного. Как и ранее, будем проводить исследования поведения динамической системы при изменении параметра C.

Найденное по формуле (16) бифуркационное значение C_H параметра C дает возможность определить величины, которые входят в формулы $\lambda_{1,2} = \pm j\omega_0$ и $\lambda_3 = \delta < 0$:

$$\omega_0 = \sqrt{-\frac{n(R+n)}{1+R}}; \qquad (20)$$

$$\delta = -\frac{R + L(R+n)}{L(1+R)} < 0. \qquad (21)$$

Формулы (11), (20) и (21) дают возможность перейти к следующему этапу исследования, а именно вычислить производную собственного значения по параметру в точке бифуркации $C = C_H$:

$$\frac{d}{dC}\operatorname{Re}\lambda\Big|_{C=C_H} = -\frac{nR\left[L(R+n)+R\right]}{2(1+R)^2 L^2 C_H\left(\omega_0^2 + \delta^2\right)} > 0 \qquad (22)$$

и убедиться, что она строго положительна. Это значит, что собственные значения пересекают нулевой уровень с ненулевой скоростью, что свидетельствует, в свою очередь, о выполнении второго условия теоремы Хопфа. Первое условие (наличие чисто мнимых собственных значений) обсуждалось выше.

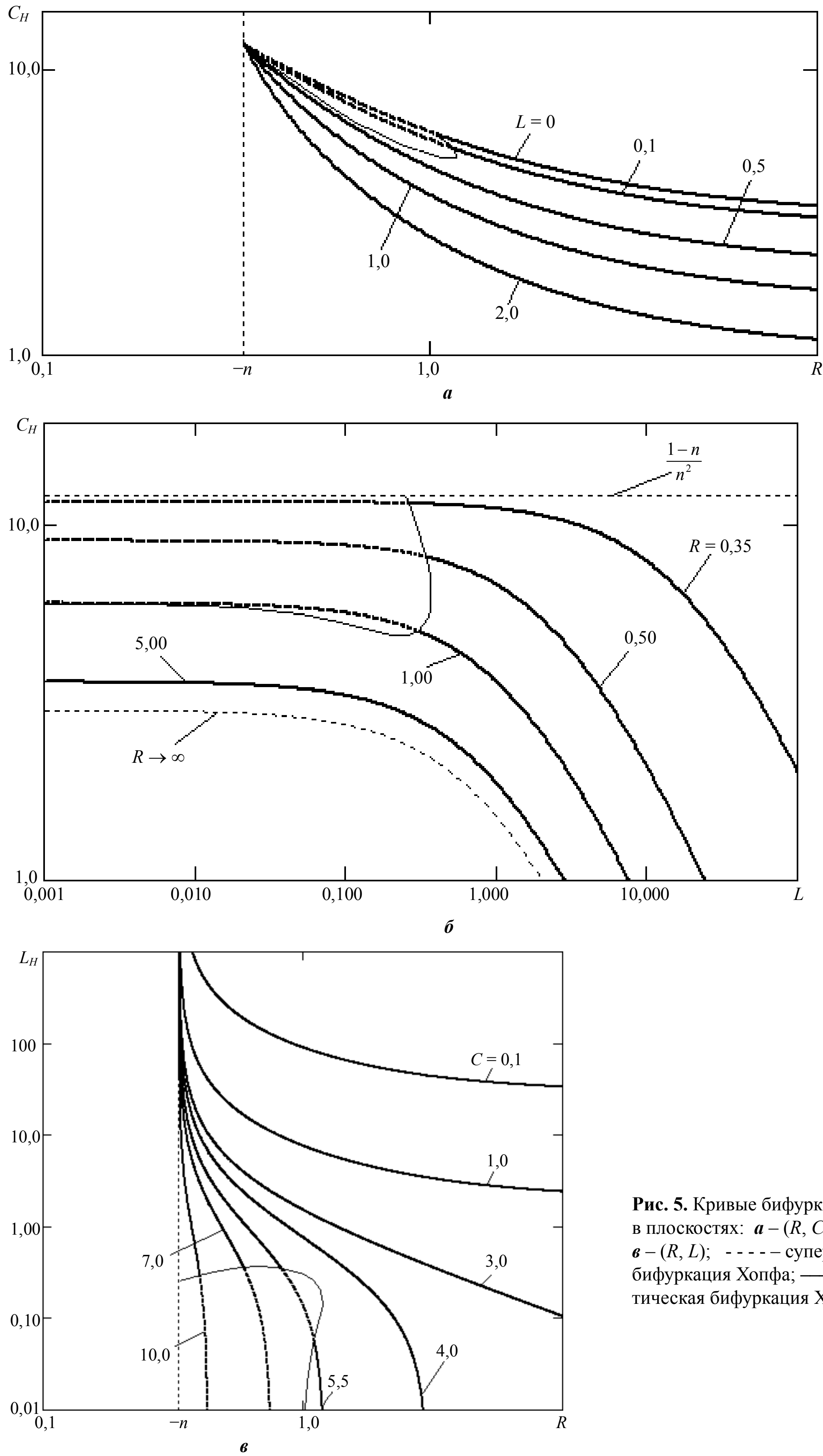


Рис. 5. Кривые бифуркации Хопфа в плоскостях: ***а*** – (*R*, *C*); ***б*** – (*L*, *C*); ***в*** – (*R*, *L*); - - - - - суперкритическая бифуркация Хопфа; ——— – субкритическая бифуркация Хопфа

Поскольку условия теоремы Хопфа выполнены, воспользуемся ее выводами:

– при значении параметра $C = C_H$ (16) в исследуемой системе происходит бифуркация Хопфа, т. е. в системе в окрестности параметра C_H существует предельный цикл;

– бифуркация Хопфа может быть субкритической (при взаимодействии устойчивого узлофокуса с неустойчивым предельным циклом) или суперкритической (при взаимодействии неустойчивого узлофокуса с устойчивым предельным циклом).

Последнее положение требует дополнительных исследований, выходящих за рамки линейной теории.

Нелинейный анализ бифуркации Хопфа. Как отмечалось выше, теорема Хопфа не дает ответа на вопрос об устойчивости предельного цикла.

Для решения этого вопроса воспользуемся некоторыми элементами нелинейной теории, а именно следствиями из теоремы о нормальной форме дифференциальных уравнений и теоремы о центральном многообразии [1, 5]. Следуя методике [7], вычислим так называемый индекс Флоке (в русскоязычной литературе – показатель Ляпунова [5]). Выкладки из-за громоздкости опущены. Здесь же приведем результаты.

На рис. 6 представлено разбиение плоскости параметров (R, L) кривой $\beta_2 = 0$ на области, где индекс Флоке β_2 имеет разные знаки, что соответствует различным типам бифуркации Хопфа. В области малых значений параметра L и малых значений параметра R (заштрихованная область) в системе происходит субкритическая бифуркация Хопфа с исчезновением неустойчивого предельного цикла (случай 1). В оставшейся области индекс Флоке β_2 отрицательный. Это значит, что в системе происходит суперкритическая бифуркация с рождением устойчивого предельного цикла (случай 2). Был проверен предельный переход при $L = 0$. Результат совпал с результатом для RC-цепи с дугой, который описан ранее.

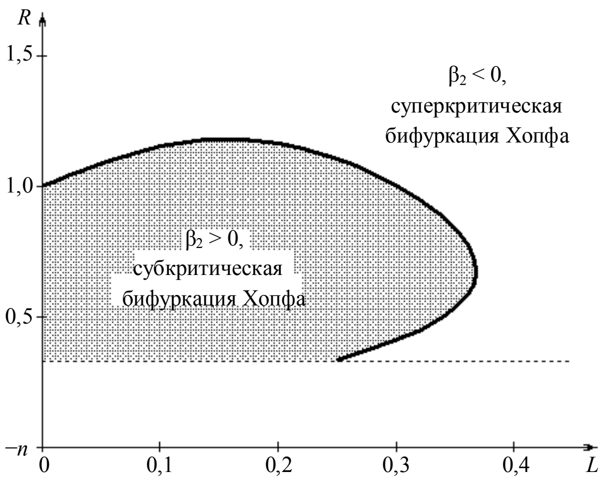


Рис. 6. Области различных типов бифуркации Хопфа в плоскости параметров (R, L)

Зависимость амплитуды предельных циклов от бифуркационного параметра C при больших значениях параметра R иллюстрирует их эволюцию (рис. 7).

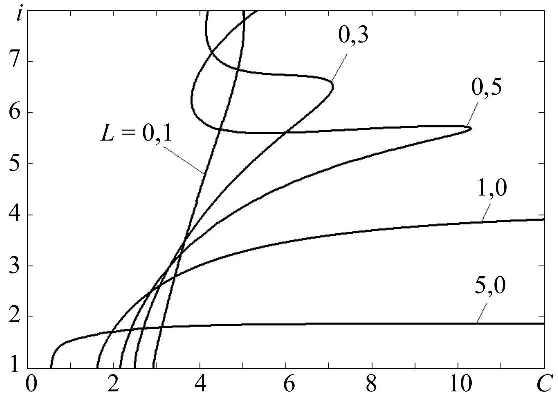


Рис. 7. Зависимость амплитуды устойчивых предельных циклов от бифуркационного параметра C (R = 15)

Численный анализ бифуркации Хопфа и предельных циклов. Интегрировалась исходная система нелинейных дифференциальных уравнений (8). На рис. 8 и 9 представлены характерные результаты. При значениях параметра C меньших, чем значение для суперкритической бифуркации Хопфа (например, C_H = 2,149253731 для R = 15, L = 0,5), в системе наблюдается затухающий переходной процесс. При значениях, близких к C_H, затухающий процесс имеет колебательный характер. При значениях параметра больших, чем значение C_H, в системе устанавливаются автоколебания (см. рис. 8). Причем, если при малых отклонениях параметра $C–C_H$ колебания имеют небольшую амплитуду и близки к гармоническим (см. рис. 8,***а***), то при увеличении этой разницы амплитуда колебаний растет. Они значительно отличаются от гармонических (см. рис. 8,***б–г***) и носят явно выраженный нелинейный характер.

Это же иллюстрируют фазовые портреты автоколебаний, представленные на рис. 9. Сначала они имеют форму эллипсов, что соответствует гармоническим колебаниям. В последствии эллипсы значительно искажаются, причиной чего является нелинейность колебаний.

Нелинейные свойства колебаний проявляются особо при дальнейшем увеличении параметра C. Предельный цикл однократного периода теряет устойчивость, а в системе появляется предельный цикл двукратного периода $2T$. То же происходит и с этим циклом при дальнейшем увеличении бифуркационного параметра – в системе появляется предельный цикл периода $4T$. Таким образом, при увеличении параметра C наблюдается так называемый каскад бифуркаций удвоения периода, при котором в системе последовательно появляются предельные циклы с периодами:

$$1T \to 2T \to 4T \to 8T \to 16T \to ... \to 2^k T \to ... \qquad (23)$$

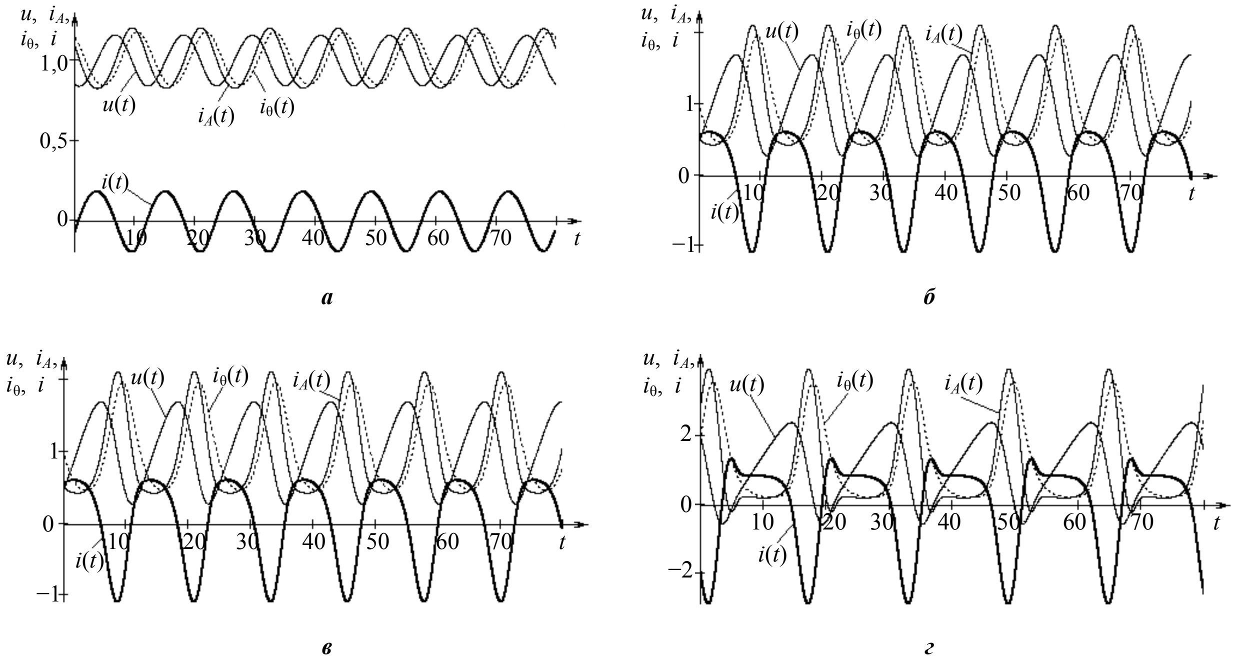
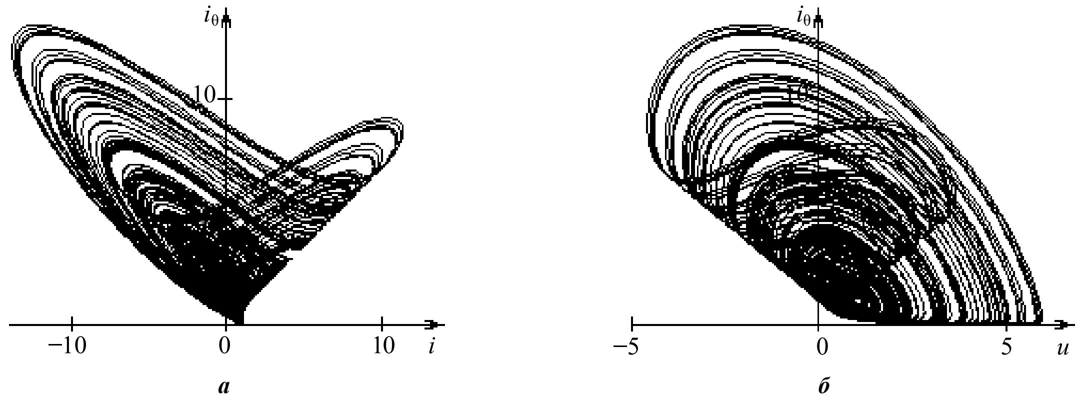


Рис. 8. Автоколебания в исследуемой системе при различных значениях бифуркационного параметра C при $R = 15$, $L = 0{,}5$: ***а*** – $C = 2{,}15$; ***б*** – 2,2; ***в*** – 2,3; ***г*** – 2,9; независимые переменные безразмерны (- - - – ток состояния дуги $i_\theta = \sqrt{z}$; —— – ток реактора $i = x$; —— – напряжение на конденсаторе $u = y$)



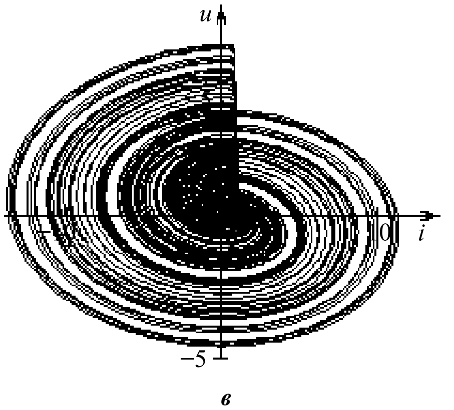


Рис. 9. Фазовый портрет винтового странного аттрактора: ***а*** – проекция на плоскость (i, i_θ); ***б*** – проекция на плоскость (u, i_θ); ***в*** – проекция на плоскость (i, u); $R = 15$; $L = 0{,}5$; $C = 3{,}86$

Как известно [1, 3], бесконечный каскад бифуркаций удвоения периода приводит к появлению в нелинейных динамических системах странного аттрактора, т. е. возникновению хаотических колебаний, которые еще называют детерминированным хаосом. В исследуемой системе наблюдалось появление странного аттрактора, фазовый портрет которого изображен на рис. 9 и 10,*е*.

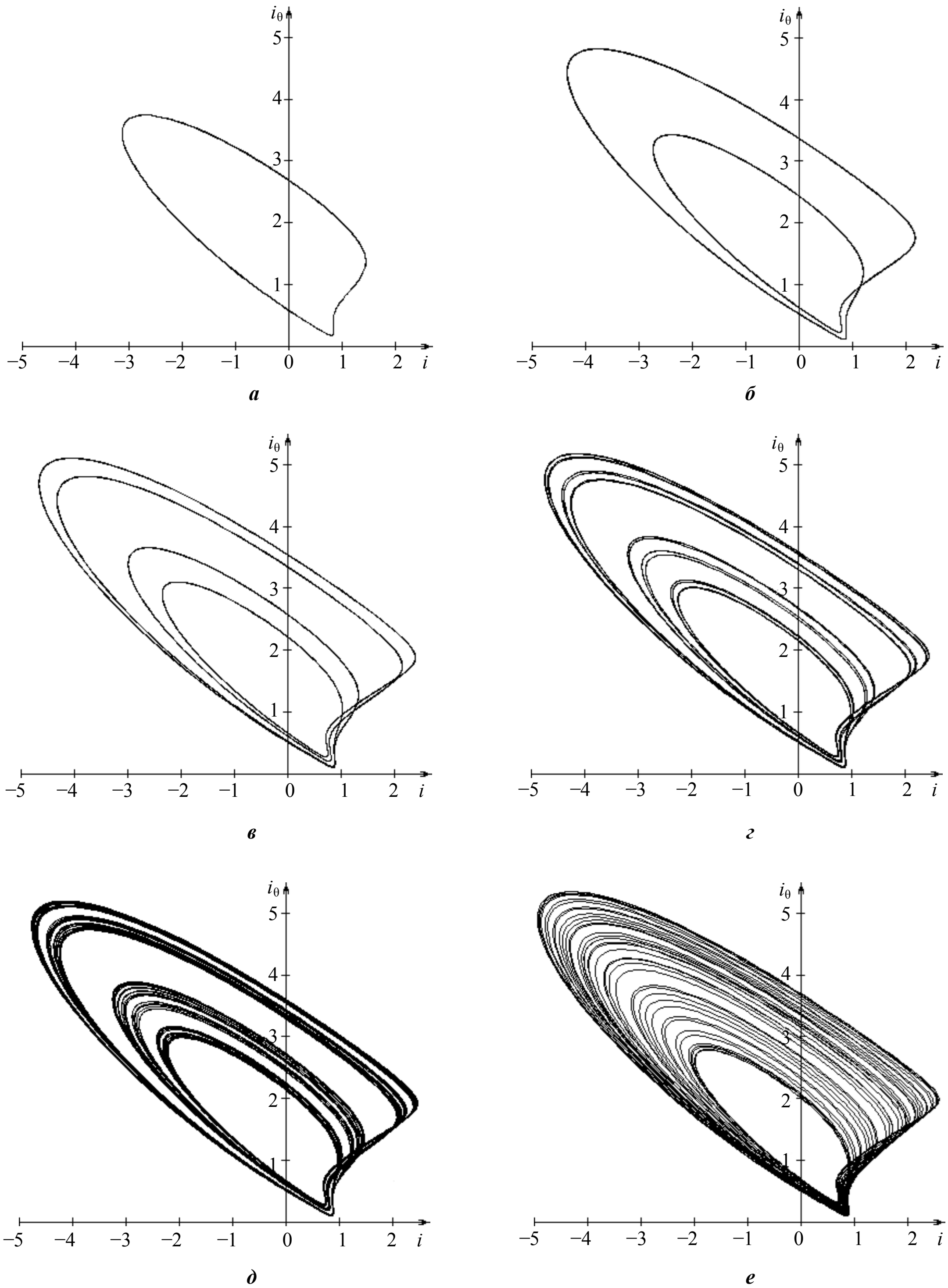


Рис. 10. Фазовые портреты автоколебаний при различных значениях бифуркационного параметра C при R = 15, L = 0,5, иллюстрирующие каскад бифуркаций удвоения периода и странный аттрактор: ***а*** – колебания с периодом $1T$ (C = 3,0); ***б*** – $2T$ (C = 3,3); ***в*** – $4T$ (C = 3,36); ***г*** – $8T$ (C = 3,375); ***д*** – ленточный странный аттрактор (C = 3,38); ***е*** – винтовой странный аттрактор (C = 3,41)

Необходимо отметить, что хаотические колебания в исследуемой системе возникают не сразу. Сначала в системе наблюдаются хаотические колебания в виде отдельных лент, которые занимают лишь часть фазового объема. При увеличении параметра C узкие ленты сливаются в более широкие в результате так называемого [4] «обратного» каскада удвоения периода. Ленточный хаос наблюдался и при других значениях бифуркационного параметра C.

Детерминированный хаос является неоднородным по своей структуре в том смысле, что при изменении параметра C хаотические колебания чередуются с периодическими. Последние наблюдаются в некоторых диапазонах изменения параметра C, что дает возможность назвать эти диапазоны окнами периодичности. Причем периоды колебаний в окнах периодичности не совпадают с периодами каскада бифуркаций удвоения периода (23).

ВЫВОДЫ

1. Линейный анализ нелинейных электрических *RLC*-цепей с дугой, в частности исследование зависимостей собственных значений от параметра, дает возможность предсказать некоторые нелинейные явления и выбрать бифуркационный параметр.

2. При исследовании динамики *RLC*-цепей с электрической дугой перспективным является использование параметра безразмерной емкости в качестве бифуркационного параметра.

3. Электрические *RLC*-цепи с дугой при увеличении бифуркационного параметра теряют локальную устойчивость, что приводит к появлению автоколебаний. Они могут возникать либо мягко в результате суперкритической бифуркации Хопфа, либо жестко в результате субкритической бифуркации Хопфа.

4. Дальнейшее увеличение бифуркационного параметра приводит к бесконечному каскаду неустойчивостей, которые называются каскадом бифуркаций удвоения периода. Если данный каскад бифуркаций является бесконечным, то приводит к появлению странного аттрактора с винтовой или ленточной структурой, т. е. непериодических автоколебаний, которые называются детерминированным хаосом. Детерминированный хаос неоднороден по своей структуре: при изменении бифуркационного параметра в нем присутствуют окна периодических колебаний.

5. Наличие в электрической цепи нелинейного элемента с падающей внешней вольтамперной характеристикой, которым является электрическая дуга, – необходимое, но недостаточное условие возникновения и существования детерминированного хаоса.

6. Разнообразие сценариев возникновения и развития детерминированного хаоса требует разработки и применения специализированных методов и методик исследования нелинейных электрических цепей.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

[1] **Анищенко, А. С.** Сложные колебания в простых системах: механизмы возникновения, структура и свойства динамического хаоса в радиофизических системах [Текст] / А. С. Анищенко. – М. : Наука, 1990. – 312 с.

[2] **Баутин, Н. Н.** Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости [Текст] / Н. Н. Баутин, Е. А. Леонтович. – М. : Наука, 1990. – 488 с.

[3] **Кузнецов, С. П.** Динамический хаос (курс лекций) [Текст] / С. П. Кузнецов. – М. : Изд-во физ.-мат. лит., 2001. – 296 с.

[4] **Мун, Ф.** Хаотические колебания: вводный курс для научных работников и инженеров [Текст] / Ф. Мун. – М. : Мир, 1990. – 312 с.

[5] **Неймарк, Ю. И.** Стохастические и хаотические колебания [Текст] / Ю. И. Неймарк. – М. : Наука, 1987. – 424 с.

[6] **Сидорец, В. Н.** Возникновение и структура странного аттрактора в *RLC*-цепи с электрической дугой [Текст] / В. Н. Сидорец, И. В. Пентегов // Техническая электродинамика. – 1993. – № 2. – С. 28–32.

[7] **Сидорец, В. Н.** Хаотические колебания в *RLC*-цепи с электрической дугой [Текст] / В. Н. Сидорец, И. В. Пентегов // Докл. АН Украины. – 1992. – № 1. – С. 87–90.

[8] **Шустер, Г.** Детерминированный хаос [Текст] / Г. Шустер. – М. : Мир, 1998. – 240 с.

Надійшла до редколегії 04.03.13
Статтю рекомендує до друку
д-р техн. наук, проф. *Б. М. Гордєєв*
Статтю розміщено у Віснику НУК № 2, 2013