

УДК 537.84
М 12

МАГНИТНЫЕ И ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ОБЪЕМЕ ВАЛА, ВРАЩАЮЩЕГОСЯ В ПОСТОЯННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ МАГНИТОЖИДКОСТНОГО ГЕРМЕТИЗАТОРА

А. В. Радионов, канд. техн. наук, ст. науч. сотр.¹;

А. Д. Подольцев, д-р техн. наук, гл. науч. сотр.²;

С. С. Рыжков, д-р техн. наук, проф.¹

¹Национальный университет кораблестроения, г. Николаев;

²Институт электродинамики Национальной академии наук Украины, г. Киев

Аннотация. Сформулированы условия, при которых в объеме вращающегося вала в результате взаимодействия с постоянным магнитным полем будут возникать электрические токи, приводящие к дополнительному нагреву вала, а соответственно, и магнитной жидкости, контактирующей с ним. Исследовано влияние электропроводности магнитной жидкости на величину максимальной плотности тока.

Ключевые слова: магнитожидкостный герметизатор, магнитная жидкость, магнитное поле, зазор, электропроводность.

Анотація. Сформульовані умови, за яких в об'ємі обертового вала в результаті взаємодії з постійним магнітним полем будуть виникати електричні струми, що призводять до додаткового нагрівання вала, а отже, і магнітної рідини, що контактує з ним. Досліджено вплив електропровідності магнітної рідини на величину максимальної густини струму.

Ключові слова: магніторідинний герметизатор, магнітна рідина, магнітне поле, зазор, електропровідність.

Abstract. The conditions under which the current shall occur in the shaft due to the interaction with constant magnetic field are defined. The current causes additional shaft heating and and magnetic liquid which contact with it. The influence of electric conductivity of the magnetic liquid on the value of the maximum current density has been studied.

Keywords: magnetic hermetic unit, magnetic fluid, magnetic field, gap, electrical conductivity.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

Магнитожидкостные герметизаторы (МЖГ) предназначены для герметизации вращающегося вала. В своей области применения такие герметизаторы позволяют добиться стопроцентной герметичности, что выгодно отличает их от других типов уплотнений и выделяет в новый самостоятельный класс технических устройств с постоянными магнитами, использующих магнитную жидкость [1]. Принцип их работы основан на взаимодействии феррожидкости

с полем магнитной системы герметизатора, при котором обеспечивается герметизация внутренней области устройства по отношению к внешней области. Типовая конструкция МЖГ цилиндрического типа (рис. 1) содержит магнитную систему с постоянными магнитами, намагниченными в осевом направлении, и полюсами, имеющими зубчатую структуру в осевом направлении для получения резко неоднородного магнитного поля. Внутри магнитной системы расположен вращающийся вал, в зазоре которого находится

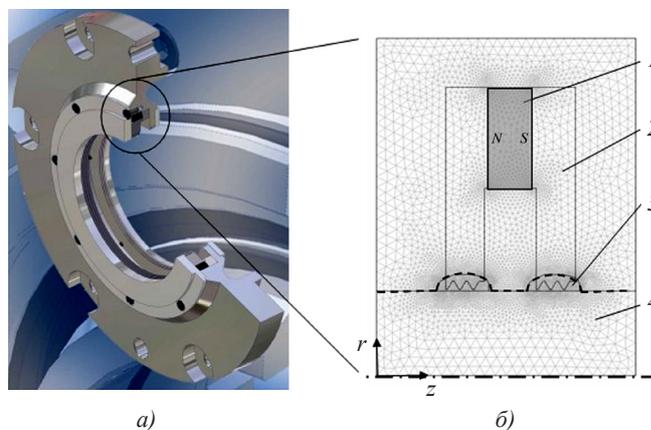


Рис. 1. Расчетная схема МЖГ: а — общий вид типовой конструкции МЖГ; б — расчетная область ее активной зоны с нанесенной конечноэлементной сеткой (1 — постоянный магнит; 2 — полюсный наконечник; 3 — магнитная жидкость; 4 — вал)

магнитная жидкость, удерживаемая под действием магнитных сил и обеспечивающая герметизацию внутренней среды в случае определенного перепада давления Δp в осевом направлении.

Исследование основных закономерностей распределения магнитного поля, температуры нагрева вала и магнитной жидкости, а также характера движения магнитной жидкости в зазоре герметизатора является важной научно-практической задачей, направленной на создание новых конструкций МЖГ с предельно высокими характеристиками. При решении этой задачи целесообразно наряду с методами физического моделирования использовать современные методы компьютерного моделирования.

АНАЛИЗ ПОСЛЕДНИХ ИССЛЕДОВАНИЙ И ПУБЛИКАЦИЙ

Вопросам анализа магнитных и гидродинамических процессов в МЖГ посвящен ряд работ, например [2–6], в которых используются как аналитические, так и численные методы. При этом в тепловой задаче в качестве источников тепла рассматриваются потери, обусловленные вязкостью магнитной жидкости.

Как известно [7], при вращении вала из электропроводящего материала (магнитного или немагнитного) в постоянном магнитном поле в нем наводится электродвижущая сила (ЭДС), характеризующаяся напряженностью электрического поля $E = v \times B$, где v — линейная скорость движения вала, а B — магнитная индукция. При выполнении определенных условий под действием этой ЭДС в объеме вала будут наводиться электрические токи, вызывающие дополнительный нагрев вала и магнитной жидкости, соприкасающейся с ним. Основные условия возникновения этих токов и их количественный анализ исследованы в настоящее время недостаточно. Это связано с тем, что промышленные магнитные жидкости имеют пренебрежимо малую электропроводность и их можно считать магнитодиелектриками.

В то же время активные теоретические исследования последних лет, связанные с изучением микроструктуры магнитных жидкостей, доказали ее сильное влияние на макроскопические свойства системы [8]. Существующие в магнитной жидкости микрокапельные агрегаты, фрактальные кластеры, цепочечные агрегаты и т. д. существенно влияют на расслоение магнитной жидкости и в конечном счете на ее седиментационную устойчивость [9]. А этот вопрос уже *актуален* для МЖГ, так как в них магнитная жидкость должна длительное время (годы) сохранять свою седиментационную устойчивость в условиях сильно неоднородного магнитного поля. Возможность определения агрегатов в магнитной жидкости как функции от ее электрических свойств, на что указывают

в [10], требует изучения наводящихся токов в системе «вал– магнитная жидкость– герметизатор».

Данные исследования необходимы для анализа процессов, проходящих при добавлении в магнитную жидкость магнитных или немагнитных частиц микронных размеров с достаточно большой электропроводностью.

Эти вопросы подробно изучены в [11], однако для использования при проектировании герметизирующих систем этого недостаточно.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ — рассмотрение условий возникновения токов в объеме вращающегося вала, расположенного в активной зоне (зазоре) МЖГ, и выполнение их количественного анализа на основе компьютерного моделирования взаимосвязанных магнитных и электрических процессов с использованием численного метода конечных элементов с помощью пакета программ Comsol [14].

ИЗЛОЖЕНИЕ ОСНОВНОГО МАТЕРИАЛА

Расчет выполняется последовательно в два этапа. На первом рассчитывается распределение в статике магнитного поля в активной зоне герметизатора с учетом нелинейной характеристики магнитопровода и в предположении насыщения магнитной жидкости — $M = M_s$. При этом определяется положение границы магнитной жидкости в статике, ограниченное изобарами $p = M_s B = \text{const}$, где $B = |B|$ — модуль вектора магнитной индукции. На втором этапе рассчитываются электрические процессы в объеме вращающегося вала, магнитной жидкости и в полюсах магнитной системы. Таким образом, две указанные задачи рассматриваются как слабо связанные (по классификации [13]), что позволяет выполнять их последовательное решение. В такой последовательности и описывается решение этих задач.

1. Условия, при которых в объеме вала, вращающегося в постоянном магнитном поле, возникают электрические токи

Первоначально покажем, что при вращении в постоянном магнитном поле вала, выполненного из однородного проводящего материала (магнитного или немагнитного), характеризующегося значением электропроводности в каждой точке $\sigma = \text{const}$, в его объеме не будут наводиться электрические токи. При этом полагаем, что выполняются следующие условия.

1. Система «вал — магнитожидкостный герметизатор» является осесимметричной, т. е. отсутствует эксцентриситет вала и величина зазора между валом и магнитопроводом не зависит от угловой координаты θ в цилиндрической системе координат.

2. Магнитное поле является постоянным во времени и неизменным вдоль угловой координаты θ .

3. На вращающемся валу отсутствуют скользящие контакты или расположенные близко подшипники, подключенные во внешнюю электрическую цепь

и образующие замкнутый контур для протекания электрического тока.

4. Магнитная жидкость является диэлектриком и не проводит электрический ток.

Стационарная величина плотности тока в проводящей среде — валу при его вращении с угловой частотой ω в постоянном магнитном поле B описывается следующим выражением:

$$J = \sigma(-\nabla\varphi + vB), \quad (1)$$

где φ — скалярный электрический потенциал; $v = \omega r e_\theta$ — линейная скорость движения вала в точке с радиусом r ; e_θ — единичный орт по угловой координате θ .

В соответствии с законом сохранения заряда для стационарного случая справедливо равенство

$$\nabla \cdot J = 0. \quad (2)$$

Согласно теореме Гельмгольца [7] необходимым условием существования плотности тока J в объеме вращающегося вала является наличие ненулевого значения ротора вектора J в его объеме или, в случае кусочно-однородной среды, — поверхностного ротора от J . Здесь предполагаются нулевые граничные условия. В случае однородной среды

$$\nabla \times J = \nabla \times (\sigma(-\nabla\varphi + v \times B)) = \sigma \nabla \times (v \times B). \quad (3)$$

Здесь учитывали, исходя из векторного анализа [12], что $\nabla \times \nabla\varphi = 0$. Покажем, что правая часть в выражении (3) при соблюдении указанных условий равна нулю. Выполняя простые преобразования с учетом $\nabla \cdot B = 0$, получим следующие равенства:

$$\begin{aligned} v \times B &= e_r v_\theta B_z - e_z v_\theta B_r; \\ \nabla \times (v \times B) &= v_\theta \frac{\partial B_z}{\partial z} + \frac{\partial(v_\theta B_r)}{\partial r} = v_\theta \frac{\partial B_z}{\partial z} + v_\theta \frac{\partial(B_r)}{\partial r} + \\ &+ B_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} = \omega r \left(\frac{\partial B_z}{\partial z} + \frac{\partial(B_r)}{\partial r} + \frac{B_r}{r} \right) = \omega r \nabla \cdot B = 0. \end{aligned}$$

Таким образом, при изготовлении вала из однородного материала электрические токи при его вращении в постоянном магнитном поле не будут наводиться в объеме этого вала. В случае же неоднородного материала вала (или кусочно-однородного) величина $\nabla \times J \neq 0$, что приведет к возникновению вихревого поля вектора J в объеме вала.

В самом общем случае перечислим основные факторы, вызывающие возникновение электрических токов, а отсюда и дополнительного нагрева вала, вращающегося в постоянном магнитном поле МЖГ:

1. Наличие эксцентриситета, при котором произвольный физически малый объем вала при вращении испытывает воздействие периодически (с частотой вращения) меняющегося магнитного поля и векторного потенциала, откуда в выражении для плотности тока появляется составляющая $\sigma \partial A / \partial t$.

2. Наличие зубцов, расположенных на поверхности магнитопровода вдоль угловой координаты θ , приводя-

щее к появлению пульсирующей составляющей магнитной индукции и зубцовых гармоник тока в объеме вала.

3. Наличие скользящих контактов (возможно подшипников) и внешней цепи, обеспечивающей замыкание токов, наведенных в объеме вала при вращении в постоянном магнитном поле.

4. Возможное образование в системе «вал–магнитная жидкость–полюс магнита МЖГ» замкнутых контуров с протекающим по ним электрическим током.

5. Неоднородность распределения электропроводности материала вала по трем координатам $\sigma(r, \theta, z)$ — в общем случае или по одной из них — в частном случае. В частном случае это может быть кусочно-однородное распределение $\sigma(r, z)$ или, например, нелинейная зависимость от температуры $\sigma(T)$ при неоднородном нагреве вала.

Далее методом компьютерного моделирования исследуется более подробно случай, когда магнитная жидкость обладает электропроводностью.

2. Математическая модель для расчета электрического поля плотности тока в объеме вращающегося вала

Исследуемый МЖГ характеризуется осевой симметрией, следовательно, полевая электрическая задача может решаться в двумерной постановке, в цилиндрической системе координат, в плоскости $r\theta z$. Расчетная область для анализа электрического поля (пунктирная линия на рис. 1,б) содержит область вала, магнитной жидкости и концевой зоны полюсов. Предполагается, что магнитная жидкость и полюса магнитов являются электропроводными и образуют вместе с валом замкнутый электрический контур.

Уравнение для расчета стационарного электрического поля (описывается электрическим потенциалом φ) в области вала, характеризующегося в общем случае неоднородным распределением электропроводности $\sigma(r, z)$, а также в области магнитной жидкости и полюсов, получим после подстановки выражения (1) в (2):

$$\nabla \cdot (\sigma(-\nabla\varphi + v \times B)) = 0. \quad (4)$$

В качестве граничных условий будем полагать, что на всех внешних границах задано условие электрической изоляции, когда нормальная компонента плотности тока согласно (1) равна нулю, $-J \times n = 0$. На оси симметрии вала задается условие симметрии.

Для решения указанной полевой задачи в данной работе использовался метод конечных элементов, реализованный в пакете программ Comsol [14].

Для решения уравнения (4) с указанными граничными условиями необходимо знать распределение магнитной индукции B в объеме вала и скорость углового движения вала и магнитной жидкости. Для расчета векторного поля B рассмотрим далее вспомогательную полевую задачу расчета магнитостатического поля в активной зоне МЖГ.

3. Математическая модель для расчета магнитного поля в активной зоне МЖГ

Исследуемый МЖГ характеризуется осевой симметрией, отсюда полевая магнитоэстатическая задача может решаться в двумерной осесимметричной постановке. Расчетная область (вся область, покрытая конечными элементами на рис. 1,б) содержит области с магнитными материалами трех типов: постоянные магниты, намагниченные в осевом направлении, 1; ферромагнитный материал полюсов магнитной системы 2 и вращающегося вала 4, а также область, занятую ферромагнитной жидкостью, 3. Характеристики намагничивания этих материалов будут рассмотрены далее.

Полевая задача рассматривается как магнитоэстатическая и решается в осесимметричной постановке, в цилиндрической системе координат, в плоскости $r\theta z$ для векторного магнитного потенциала A , имеющего единственную θ -компоненту, т. е. $A=(0, A_\theta, 0)$.

Из системы дифференциальных уравнений Максвелла для стационарного магнитного поля

$$\begin{aligned} \nabla \times H &= 0; \\ B &= \nabla \times A; \\ \nabla \cdot A &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

и уравнения состояния магнитного материала, записанного в общем случае как

$$B = \mu_0 \mu_r H + B_r, \quad (6)$$

получим следующее дифференциальное уравнение для векторного потенциала:

$$\nabla \times [(\mu_0 \mu_r)^{-1} \nabla \times A - (\mu_0 \mu_r)^{-1} B_r] = 0. \quad (7)$$

Здесь H — напряженность магнитного поля; B — магнитная индукция, B_r — остаточная индукция, характеризующая постоянный магнит и задаваемая в области, занимаемой этим магнитом; μ_0 — магнитная проницаемость вакуума; $\mu_r(B)$ — относительное

значение магнитной проницаемости (скалярная величина) для магнитного материала, зависящее от модуля вектора магнитной индукции.

Постоянный магнит МЖГ выполнен из материала Nd-Fe-B марки 38SH, характеризующегося остаточной индукцией $B_r = 1,26$ Тл и коэрцитивной силой $H_s = 950$ кА/м. Отсюда для уравнения состояния магнита из выражения (6) после подстановки этих значений получим для области постоянного магнита $\mu_r = 1,06$.

Магнитные жидкости, используемые в МЖГ, характеризуются кривыми намагничивания, показанными на рис. 2,а. Далее в расчетах будет использоваться жидкость ВМ-3 с намагничиванием насыщения $M_s = 30$ кА/м.

Как следует из рис. 2,а, при магнитном поле $H > 200$ кА/м магнитная проницаемость жидкости может быть принята $\mu_r \approx 1$. Полюса магнитной системы и вращающийся вал характеризуются кривой намагничивания, показанной на рис. 2,б. Характеристики этой кривой в виде табличных данных вводились в программу Comsol.

В качестве граничных условий использовались условие симметрии на оси вращения вала и условие магнитной изоляции $B \cdot n = 0$ на боковых и верхней поверхностях. Для численного решения дифференциального уравнения в частных производных (7) с указанными граничными условиями использовался метод конечных элементов, реализованный в пакете программ Comsol.

4. Анализ результатов расчета

При расчете использовались следующие исходные данные: диаметр вала — 200 мм; величина зазора между валом и полюсом — 0,2 мм; частота вращения вала $n = 3000$ об/мин; изменение линейной скорости вала — линейное по радиусу — $v = \omega r e_\theta$;

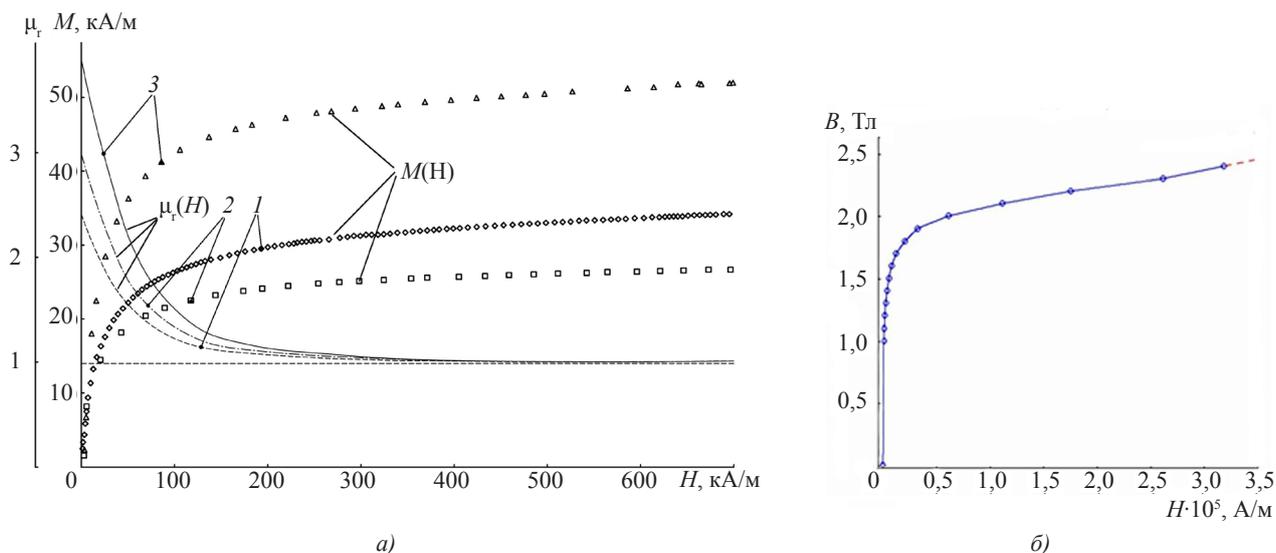


Рис. 2. Магнитные характеристики, используемые при расчете магнитного поля: а — магнитных жидкостей (1 — ПЭС-3; 2 — ВМ-3; 3 — Литол); б — материалов магнитной системы (полюсов и вращающегося вала)

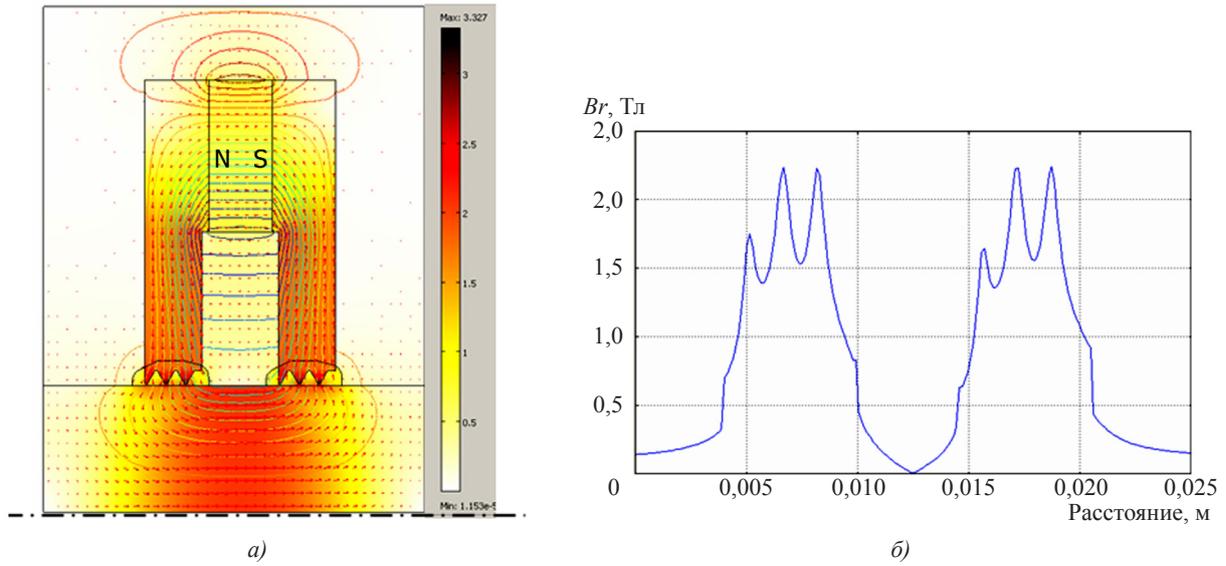


Рис. 3. Распределение в активной зоне МЖГ силовых линий (изолиний $A_\theta r$): а — вектора магнитной индукции (в цвете и стрелками); б — радиальной компоненты магнитной индукции на поверхности вала

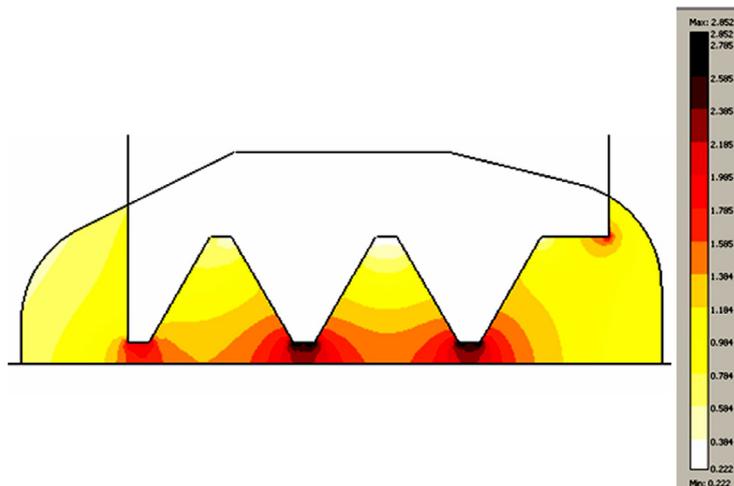


Рис. 4. Распределение изолиний магнитной индукции $|B|$, Тл, в магнитной жидкости под одним полюсом

скорости магнитной жидкости и полюсов полагались равными нулю; электропроводность материала вала и полюсов $\sigma = 5 \cdot 10^6$ 1/(Ом·м), электропроводность магнитной жидкости изменялась в пределах $\sigma_{\text{fluid}} = 10^1 \dots 10^5$ 1/(Ом·м).

Распределение силовых линий магнитного поля (изолинии $A_\theta r$) и магнитной индукции (в цвете и стрелками) в магнитной системе МЖГ показаны на рис. 3,а, распределение радиальной компоненты магнитной индукции на поверхности вала — на рис. 3,б. Как видно, наличие зубцовой структуры на поверхности полюсов создает резко неоднородное поле в зазоре с максимальным значением $B = 2,25$ Тл на поверхности вала в области зубцов.

Как известно [15–17], величина давления в магнитной жидкости в статике, находящейся в магнитном поле, определяется выражением

$$p = \int_0^B M dB + C, \quad (8)$$

где M — намагниченность магнитной жидкости; $B = |B|$; C — константа, определяемая граничными условиями. Полагая, что жидкость является насыщенной, т. е. $M = M_s$, из выражения (8) получим

$$p = M_s B + C.$$

Отсюда видно, что линии равного давления (изобары) при принятых условиях совпадают с линиями равного значения B .

Распределение B на поверхности вала под одним полюсом в области, занимаемой (как предполагается) магнитной жидкостью, показано на рис. 4. Видно, что максимальное поле, равное 2,25 Тл, локализовано в приповерхностной области среднего и правого зубцов.

Поле под крайним левым зубцом несколько ослаблено (составляет 1,65 Тл) из-за проявления краевого эффекта, связанного с выпучиванием силовых линий на краях полюсов.

Распределение изолиний B (или совпадающих с ними изобар $M_s B$) позволяет приблизительно определить конфигурацию магнитной жидкости при наличии осевого перепада внешнего давления Δp [1]. Полагая далее, что перепад давления равен нулю, по-

лучим внешнюю границу магнитной жидкости, показанную на рис. 1,б пунктирной линией, совпадающей с расчетной областью.

По результатам расчета магнитного поля определяли распределение электрического потенциала φ , описываемого уравнением (4), а затем плотности тока J , вычисляемой по выражению (1). Результаты расчетов приведены на рис. 5. Источником этого тока является ЭДС, наведенная в объеме вала, вращающегося

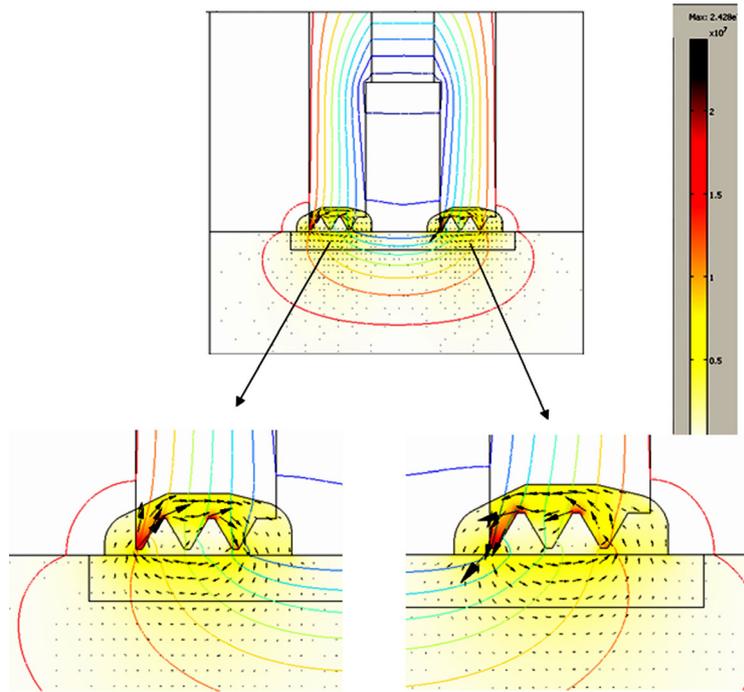


Рис. 5. Распределение плотности тока (стрелками и в цвете) при электропроводности магнитной жидкости $\sigma_{fluid} = 105$ 1/(Ом·м)

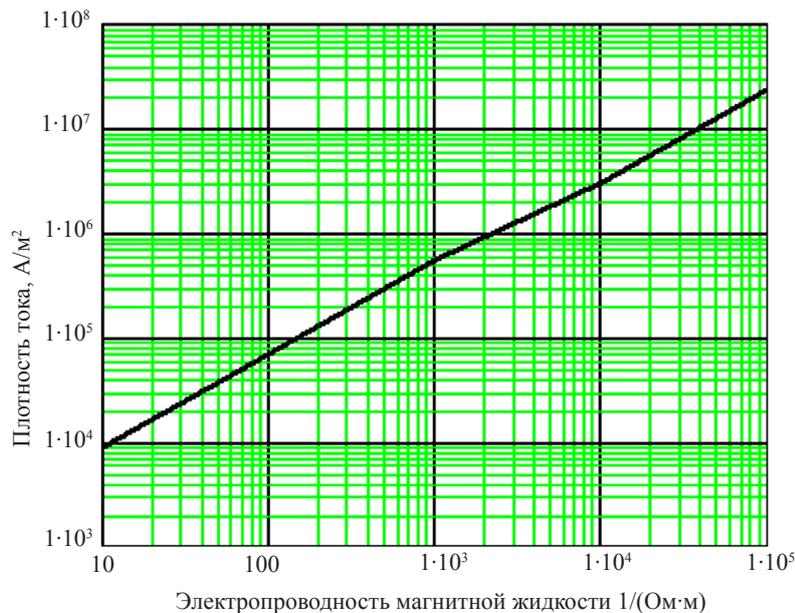


Рис. 6. Зависимость максимального значения плотности тока в крайнем зубце полюса от значения электропроводности магнитной жидкости

в постоянном магнитном поле. Замыкается этот ток через магнитную жидкость и через полюса магнитной системы.

Так как на полюсах имеются зубцы, то наибольшая плотность тока локализована в крайних зубцах (см. рис. 5 — вставки внизу, на которых показано распределение плотности тока в большем масштабе). Наличие области с большой плотностью тока может потенциально приводить к локальному нагреву этой области за счет джоулевого тепловыделения и к дополнительному нагреву магнитной жидкости, которая контактирует с этой областью. Это обстоятельство может негативно сказаться на работе всего МЖГ.

Величина плотности тока, возникающего в активной зоне МЖГ, зависит от величины электропроводности магнитной жидкости σ_{fluid} . Для количественного исследования влияния этой электропроводности на величину максимальной плотности тока выполнялись расчеты при различных значениях σ_{fluid} изменяющихся в диапазоне $10^2 \dots 10^5$ 1/(Ом·м). Результаты расчетов приведены на рис. 6.

Из оценочных расчетов следует, что локальный нагрев зубцов на полюсах магнитной системы на $5 \dots 10$ град будет при плотности тока в зубцах, превышающей 10^6 А/м². Отсюда можно заключить, что величина электропроводности магнитной жидкости, используемой в МЖГ, должна быть не более 10^3 1/(Ом·м).

ВЫВОДЫ

1. Разработанная математическая модель для анализа магнитного поля в активной зоне МЖГ учитывает нелинейные магнитные свойства материалов

магнитопровода и вала и электрические процессы в объеме вала, вращающегося в постоянном магнитном поле. Для численной реализации этой модели использовались метод конечных элементов и пакет программ Comsol.

2. Показано, что максимально неоднородное магнитное поле для исследуемой конструкции магнитной системы имеет место непосредственно под зубцами (средним и внутренним), расположенными на магнитном полюсе, причем максимальное поле на поверхности вала достигает значения 2,25 Тл. Под крайним внешним зубцом полюса поле ослаблено (составляет 1,65 Тл) из-за проявления краевого эффекта и выпучивания силовых линий поля.

3. Сформулированы условия, при которых в объеме вращающегося вала за счет взаимодействия с постоянным магнитным полем будут возникать электрические токи, приводящие к дополнительному нагреву вала и, соответственно, магнитной жидкости, контактирующей с ним.

4. Количественное исследование показало, что в случае обладания магнитной жидкостью электропроводностью возникают замкнутые контуры с током, протекающим по валу, магнитной жидкости и полюсам магнитной системы. При этом область с максимальной плотностью тока локализована в крайних зубцах магнитных полюсов МЖГ.

5. Исследование влияния электропроводности магнитной жидкости на величину максимальной плотности тока, локализованной в крайних зубцах, показало, что для получения плотности тока меньше 10^6 А/м² величина электропроводности должна быть меньше 10^3 1/(Ом·м).

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Берковский, Б.М. Магнитные жидкости [Текст] / Б.М. Берковский, В.Ф. Медведев, М.С. Краков. — М.: Химия, 1980. — 240 с.
- [2] Борисенко, А.И. Векторный анализ и начала тензорного исчисления [Текст] / А.И. Борисенко, И.Е. Тарапов. — М.: Высшая школа, 1966. — 252 с.
- [3] Влияние структуры магнитной жидкости на ее электрические свойства [Текст] / В.И. Зубко, А.И. Лесникович, Д.В. Зубко [и др.] // 13-я Междунар. Плесская конф. по нанодисперсным магнитным жидкостям: сб. науч. тр. — Иваново: ИГЭУ, 2008. — С. 107–112.
- [4] Диканский, Ю.И. Особенности электропроводности и теплопроводности магнитной жидкости с мелкодисперсным немагнитным наполнителем [Текст] / Ю.И. Диканский, Ж.Г. Вегера, Ю.Л. Смерек // Известия вузов. — Сев.-Кав. регион: Естественные науки, 2005. — № 9. — С. 64–72.
- [5] Иванов, А.О. Магнитные свойства феррожидкостей с цепочечными агрегатами: теория и эксперимент [Текст] / А.О. Иванов, В.С. Менделев // II Всерос. науч. конф. «Физико-химические и прикладные проблемы магнитных дисперсных наносистем»: сб. науч. тр. — Ставрополь: ГОУ ВПО «Ставропольский государственный университет», 2009. — С. 93–99.
- [6] Иванов, А.О. Расслоение сильно концентрированных магнитных жидкостей под воздействием неоднородного магнитного поля [Текст] / А.С. Иванов, А.Ф. Пшеничников // III Всерос. науч. конф. «Физико-химические и прикладные проблемы магнитных дисперсных наносистем»: сб. науч. тр. — Ставрополь: ИИЦ «Фабула», 2011. — С. 102–108.

- [7] **Казаков, Ю. Б.** Численный анализ взаимодействующих магнитного и теплового полей в магнитожидкостном герметизаторе [Текст] / Ю. Б. Казаков, Ю. Я. Щелькалов // *Электротехника*. — 2002. — № 6. — С. 57–61.
- [8] **Казаков, Ю. Б.** Численное моделирование распределения скоростей течения нелинейной нанодисперсной магнитной жидкости в зазоре герметизатора с неоднородным магнитным полем [Текст] / Ю. Б. Казаков // *Вестник ИГЭУ*. — 2008. — Вып. 3. — С. 1–4.
- [9] **Пановский, В.** Классическая электродинамика [Текст] / В. Пановский, М. Филипп. — М. : Физматгиз, 1963. — 432 с.
- [10] **Радионон, А. В.** Конечно-элементный анализ магнитного поля и течения магнитной жидкости в активной зоне магнитожидкостного герметизатора вращающегося вала [Текст] / А. В. Радионон, А. Д. Подольцев, А. В. Загоруйко // *Вибронадежність и герметичність центробежних машин*. — Сумы, 2011. — С. 77–87.
- [11] **Такетоми, С.** Магнитные жидкости [Текст] / С. Такетоми, С. Тикадзуми. — М. : Мир, 1993. — 272 с.
- [12] Analysis of Magnetic-Fluid Seals [Text] / A. Walowit [et al.] // *ASLE Trans.* — 1981. — Vol. 24, nr 4. — P. 533–541.
- [13] **Byrne, J. V.** Ferrofluid hydrostatics according to classical and recent theories of the stresses [Text] / J. V. Byrne // *Proc. IEE*. — 1977. — Vol. 124, nr 11. — P. 1089–1097.
- [14] Comsol multiphysics [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://www.comsol.com>.
- [15] **Jibin, Z.** Numerical Calculations for Ferrofluid Seals [Text] / Z. Jibin, L. Yongping // *IEEE Trans. Magn.* — 1992. — Vol. 28, nr 6.
- [16] **Kumbhar, G. B.** Application of coupled field formulations to electrical machinery [Text] / G. B. Kumbhar, S. V. Kulkarni [et. al.] // *COMPEL*. — 2007. — Vol. 26, nr 2. — P. 489–523.
- [17] Magnetic field analysis of ferrofluidic seals for optimum design [Text] / M. S. Sarma [et al.] // *J. Appl. Phys.* — 1984. — Vol. 55, nr 6. — P. 2595–2597.

© А. В. Радіонов, А. Д. Подольцев, С. С. Рижков

Надійшла до редколегії 11.01.2012

Статтю рекомендує до друку член редколегії Вісника НУК
д-р техн. наук, проф. А. А. Ставинський

Статтю розміщено у Віснику НУК № 1, 2012