

УДК 004.383.3:004.312.26

К 90

АПАРАТНА РЕАЛІЗАЦІЯ LOG-MAP ДЕКОДЕРА ДЛЯ ТУРБО-КОДІВ

А. Я. Кулик, д-р техн. наук, проф.;
С. Г. Кривогубченко, канд. техн. наук, доц.;
Ю. Ю. Іванов, студ.

Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця

Анотація. Розглянуто алгоритм log-MAP, який є одним з методів роботи з перспективним для корекції помилок турбо-кодом. Наведено алгоритм роботи декодера для «жорсткого» та «м'якого» знаходження рішень. Показано математичний апарат для розрахунку метрик та розроблено апаратну архітектуру для роботи з log-MAP декодером. Подано моделювання для алгоритму log-MAP для турбо-коду з різною довжиною блока та при збільшенні ітерацій декодування.

Ключові слова: турбо-код, log-MAP, турбо-кодова система, апаратна архітектура, моделювання BER.

Аннотация. Рассмотрен алгоритм log-MAP, который является одним из методов работы с перспективным для коррекции ошибок турбо-кодом. Приведен алгоритм работы декодера для «жесткого» и «мягкого» нахождения решений. Показан математический аппарат для расчета метрик и разработана аппаратная архитектура для работы с log-MAP декодером. Показано моделирование для алгоритма log-MAP для турбо-кода с разной длиной блока и при увеличении итераций декодирования.

Ключевые слова: турбо-код, log-MAP, турбо-кодовая система, аппаратная архитектура, моделирование BER.

Abstract. The log-MAP algorithm is considered which is one of the methods to work with a perspective turbo-code for error correction. The algorithm of decoder operation is shown for «hard» and «soft» solutions finding. The mathematic technique for metrics calculation is considered and the hardware architecture is developed for working with the log-MAP decoder. Simulation is shown for the algorithm of the log-MAP for a turbo-code with different length of the block and in terms of decoding iterations increase.

Keywords: turbo-code, log-MAP, turbo-code system, hardware architecture, BER simulation.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Управління правильністю процесу передавання інформації відбувається за допомогою перешкодостійкого кодування, яке забезпечує надійність і вірогідність переданої інформації в умовах перешкод, дозволяючи здійснити захист даних у пам'яті обчислювального пристрою та накопичувача інформації [6, 7].

Серед сучасних методів корекції помилок турбо-коди і коди з низькою щільністю перевірок на парність (LDPC — low-density parity-check code) найближче підходять до теоретичної межі максимальної пропускну здатності зашумленого каналу. Турбо-коди дозволяють зменшити необхідну потужність при передаванні із заданою швидкістю або збільшити швидкість передавання інформації, не вимагаючи збільшення потужності передавача [3].

Суттєвим недоліком турбо-кодів є відносно висока складність декодування і велика затримка, які іноді роблять їх використання недоцільним. Проте цей недолік не є суттєвим для використання в супутникових каналах, оскільки довжина каналу зв'язку спричиняє значну затримку. Турбо-коди активно застосовуються в системах супутникового та мобільного зв'язку, бездротового широкосмугового доступу і цифрового телебачення. Даний код затверджений у стандарті супутникового зв'язку DVB-RCS (digital video broadcasting — return channel

via satellite). Пропонується прямий канал (від абонента до супутника), що забезпечує швидкість передавання до 110 Мбіт/с, і зворотний канал (від супутника до абонента) на основі режиму з використанням багаточастотного доступу з розподіленням за часом, що передбачає швидкість до 8 Мбіт/с з кожного віддаленого терміналу. Однак зазначені швидкості теоретичні, а на практиці залежать від характеристик обладнання і не доходять до заданої межі [1].

Турбо-коди знайшли широке застосування в мобільних системах зв'язку третього покоління (мережі 3G працюють на частотах дециметрового діапазону, передаючи дані зі швидкістю до 3,6 Мбіт/с). Найбільшого поширення в світі набули два стандарти 3G: UMTS (W-CDMA) і CDMA2000 (IMT-MC), які мають у своїй основі технологію з множинним доступом з кодовим розподілом каналів (CDMA — code division multiple access) [1].

Отже, зважаючи на доцільність використання даного коду, потрібно аналізувати існуючі та синтезувати нові методи, які дозволитимуть підвищити ефективність декодування турбо-коду, задаючи умови роботи з максимальною швидкістю оброблення та передавання достовірної інформації. Саме тому розробляється апаратна архітектура та програмне забезпечення з використанням мов програмування високого рівня та проведенням комп'ютерного

ймовірнісного, а також математичного моделювання характеристик турбо-коду, необхідних для дослідження ефективності розроблених засобів.

Удосконалення алгоритмів роботи з турбо-кодом, використання обчислювальної потужності технічних пристроїв для його приймання і формування, а також дослідження ймовірнісних та енергетичних характеристик процесу передавання інформації є актуальними теоретичними і прикладними проблемами.

Для ознайомлення з даною задачею можна використати наукові праці, наприклад, [1–7] або інші, пов’язані з даною тематикою.

МЕТА СТАТТІ — аналіз log-MAP декодера для перешкодостійкого турбо-коду та синтез апаратної архітектури для роботи з даним кодом у розподілених комп’ютерних системах різного функціонального призначення, а також комп’ютерне моделювання для визначення ймовірності помилки на біт при декодуванні переданої інформації, досліджуючи ефективність розроблених засобів.

ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ

Під час роботи з розглянутим кодом виникає проблема його декодування, а відповідно, і реалізації цієї процедури. Для декодування турбо-кодів можна використовувати декілька методів: SOVA (soft-output Viterbi algorithm — алгоритм Вітербі з «м’яким» виходом); MAP (maximum a posteriori probability — алгоритм декодування по максимуму апостеріорної імовірності) та його модифікації для зниження обчислювальної складності (log-MAP, max-log-MAP алгоритми). Алгоритми декодування можна застосовувати і при використанні демодулятора з «м’якими» рішеннями на вході, що дозволяє досягти максимально можливого енергетичного виграшу від декодування [2].

Для зниження обчислювальної складності декодування турбо-коду використовують модифікацію MAP алгоритму під назвою log-MAP [3]. Даний метод використовує логарифми метрик, саме тому розглянутий алгоритм одержав свою назву. Для процедури log-MAP декодування достатньо всього декілька значень, щоб майже досягти точності MAP алгоритму, але з меншими обчислювальними затратами. Саме для методів декодування log-MAP та MAP знаходиться ймовірність помилки, яка є мінімальною для сучасних способів декодування турбо-кодів [7]. Логарифмуючи рівняння для обчислення метрики прямого шляху на решітці коду, можна отримати вираз

$$\log \alpha_i(m) = \log \left(\sum_{m^*} \sum_{j=0}^1 \exp(\log \alpha_{i-1}(m^*) + \log \gamma_i^j(m^*, m)) \right),$$

де $\alpha_i(m) = \sum_{m^*} \alpha_{i-1}(m^*) \sum_{j=0}^1 \gamma_i^j(m^*, m)$ — метрика прямого шляху на решітці коду; $\gamma_i^j(m^*, m)$ — метрика ребра.

Аналогічно, використавши формулу для отримання метрики зворотного шляху на решітці, можна знайти вираз

$$\log \beta_i(m) = \log \left(\sum_{m^*} \sum_{j=0}^1 \exp(\log \beta_{i+1}(m^*) + \log \gamma_i^j(m^*, m)) \right),$$

де $\beta_i(m) = \sum_{m^*} \beta_{i+1}(m^*) \sum_{j=0}^1 \gamma_i^j(m^*, m)$ — метрика зворотного шляху на решітці коду.

Якщо взяти логарифм $\gamma_i^j(m^*, m)$ та здійснити спрощення виразу, то

$$\log \gamma_i^j(m^*, m) = \delta_{ij}(m, m^*) \left\{ \log p \bar{U}_i = j - \frac{1}{N_0} \sum_{q=0}^{N-1} (r_{i,q} - \bar{X}_{i,q})^2 \right\},$$

де $\bar{U}_i = j$ — інформаційний біт з множини $\Theta_i^{(j)}$ ребер, що зв’язують стани $S_i^{(m)}$ та $S_{i-1}^{(m^*)}$; $j \in \{0, 1\}$; $\bar{X}_{i,q}$ — переданий символ; $r_{i,q}$ — прийняте значення; Eb/No — відношення сигнал/шум на біт.

Також використовується правило

$$\begin{cases} \delta_{ij}(m, m^*) = 1, & \text{якщо } \{m, m^*\} \in \Theta_i^{(j)}; \\ \delta_{ij}(m, m^*) = 0, & \text{якщо } \{m, m^*\} \notin \Theta_i^{(j)}. \end{cases}$$

Якщо ввести позначення $\log(\alpha_i(m)) = A_i(m)$, $\log(\beta_i(m)) = B_i(m)$, $\log(\gamma_i^j(m^*, m)) = Y_i^j(m^*, m)$, то можна записати вираз для логарифма відношення правдоподібності у спрощеному вигляді для процедури log-MAP декодування

$$\begin{aligned} LLR(\bar{U}_i) &= \log \left(\frac{p(\bar{U}_i = 1 | \bar{r})}{p(\bar{U}_i = 0 | \bar{r})} \right) = \\ &= \log \left(\frac{\sum_m \sum_{m^*} \exp(A_{i-1}(m^*) + Y_i^{(1)}(m^*, m) + B_i(m))}{\sum_m \sum_{m^*} \exp(A_{i-1}(m^*) + Y_i^{(0)}(m^*, m) + B_i(m))} \right). \end{aligned} \quad (1)$$

Отже, у результаті наведених вище перетворень отримали алгоритм декодування турбо-кодів у логарифмічній формі. Але, розглянувши формулу (1), можна побачити недоцільну операцію додавання для експоненціальних складових [7]. Розв’язком цієї проблеми є логарифм якобіана у формі

$$\log(\exp(t) + \exp(T)) = \max(t, T) + \log(1 + \exp(-|t - T|)).$$

Для виразу $\log(1 + \exp(-|t - T|))$ складають таблицю, завдяки чому відбувається економія часу та спрощення обчислень.

Реалізація log-MAP декодера виконується за допомогою обчислювальної процедури, яка наведена в формулі (1). Процес визначення складових даної формули можна показати на рис. 1. Ця процедура дозволяє значно спростити обчислення. «Жорсткий» розв’язок можна знайти як

$$\hat{U}_i = \text{sgn}(LLR(\bar{U}_i)).$$

Ідею даної формули [3] можна побачити на рис. 2.

Для збереження оптимальності результатів декодера доцільно знати оцінку щільності потужності шуму N_0 , оскільки значення $\gamma_i^{(j)}(m^*, m)$ залежать саме від неї.

Проблему обчислювальної нестабільності під час роботи з імовірностями $\alpha_i(m)$ та $\beta_i(m)$ розв'язують використовуючи вираз $p(\alpha_i(m)) + p(\beta_i(m)) = 1$.

У ході роботи з даним методом декодування турбо-кодів розглядається його складність [5]. Для цього можна скласти табл. 1, в якій позначення K визначає конструктивну довжину складових кодів.

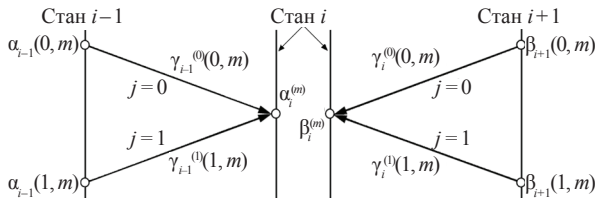


Рис. 1. Схема обчислення метрик

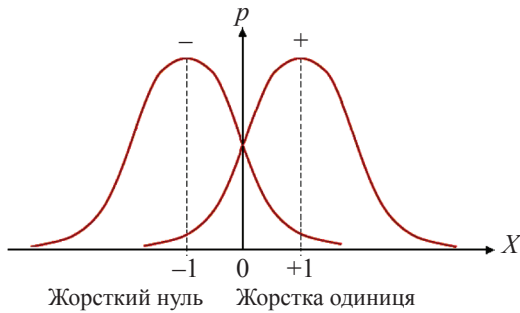


Рис. 2. Визначення «жорстких» рішень за функцією правдоподібності: p — імовірність появи випадкової величини X

Таблиця 1. Складність алгоритму log-MAP декодування турбо-кодів

Можлива операція	log-MAP
Множення на ± 1	8
Додавання	$15 \cdot 2^{K-1} + 9$
Вибір максимуму	$5 \cdot 2^{K-1} - 2$
Пошук у таблиці	$5 \cdot 2^{K-1} - 2$

Для побудови апаратної архітектури доцільно задати специфікацію вимог [4–6]:

- рекурсивний систематичний згортний кодер (RSC — recursive systematic convolutional);
- кодова швидкість (rate) $R=0,5$ (на рис. 3 доцільно використати верхній регістр для позначення двійкових чисел, а нижній регістр — для значень сигнал/символ);
- двійкова фазова модуляція (BPSK — binary phase-shift keying)

$$m(\bar{V}_i) = (-1)^{\bar{V}_i} \sqrt{E} = m(\bar{V}_i) = \begin{cases} \sqrt{E}, & \bar{V}_i = 0, \\ -\sqrt{E}, & \bar{V}_i = 1, \end{cases}$$

де $0 < i \leq N$;

- конструктивна довжина коду (code length) $K=5$;
- задана довжина блока (block length);
- канал з адитивним білим гауссівським шумом (AWGN — additive white Gaussian noise);
- кількість блоків для оперативної запам'ятовуючої пам'яті (memory channel) дорівнює 3.

Апаратну архітектуру для log-MAP декодера можна подати схемою, наведеною на рис. 4.

Моделювання для енергетичної ефективності та характеристик BER (bit error rate — ймовірність помилки на біт) для алгоритму log-MAP з використанням різної довжини блока турбо-коду показано на рис. 5.

Доведено, що при великій (малій) вхідній імовірності помилки ефективність турбо-коду висока (обмежена), що дозволяє збільшити довжину інформаційного блока. Таким чином, важливою перевагою турбо-кодів є незалежність складності декодування від довжини інформаційного блока, що дозволяє знизити ймовірність помилки декодування збільшенням його довжини.

Результати моделювання енергетичної ефективності та характеристик BER для методу log-MAP з використанням збільшення кількості ітерацій від 1 до 18 для декодування турбо-коду з довжиною блока 65536 бітів наведено на рис. 6.

Оскільки кожна наступна крива проходить нижче за попередню, то, очевидно, що при збільшенні кількості ітерацій імовірність помилки зменшується. Для заданої специфікації та розробленої апаратної архітектури результат роботи log-MAP декодера

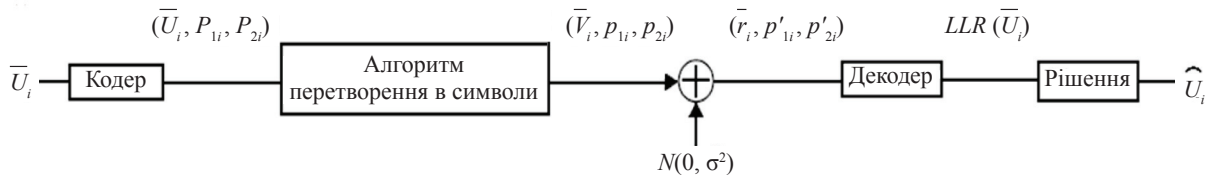


Рис. 3. Система турбо-коду [2]: \bar{U}_i — подана послідовність інформаційних бітів; P_{1i}, P_{2i} — дібіти з кодерів 1 та 2 відповідно; \bar{V}_i — інформаційні символні дані; p_{1i}, p_{2i} — відповідно символи парності з декодерів 1 та 2; \bar{r}_i — зашумлені інформаційні символні дані; p'_{1i}, p'_{2i} — відповідно зашумлені символи парності з декодерів 1 та 2; $LLR(\bar{U}_i)$, \hat{U}_i — відповідно «м'яке» та «жорстке» рішення декодера; $N(0, \sigma^2)$ — шум за нормальним законом розподілу з нульовим математичним сподіванням та дисперсією σ^2

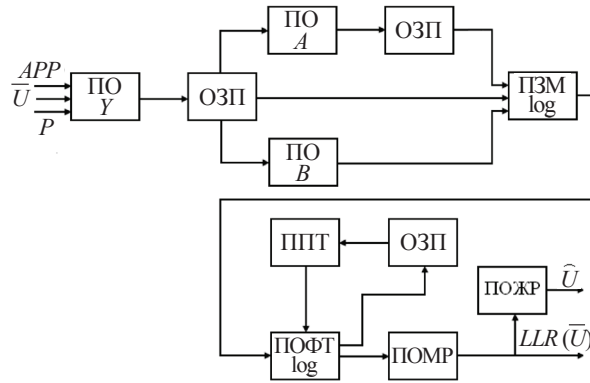


Рис. 4. Архітектура запропонованого log-MAP декодера: P — біти парності; APP — апостеріорна ймовірність для переданої інформації; $PO(Y, A, B)$ — пристрій для обчислення метрик γ, α, β ; $OЗП$ — оперативна запам'ятовуюча пам'ять; $ПЗМ \log$ — пристрій для заміни метрик на їх логарифм; $ПОФТ \log$ — пристрій обчислення та формування таблиці на основі логарифма якобіана; $ППТ$ — пристрій для пошуку в таблиці; $ПОЖР, ПОМР$ — відповідно пристрої для обчислення «жорстких» і «м'яких» рішень

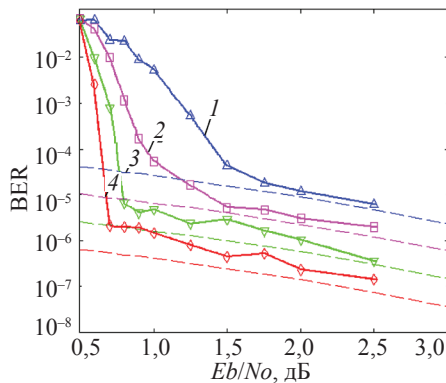


Рис. 5. Моделювання для алгоритму log-MAP з різною довжиною блока турбо-коду: 1 — 1024 бітів; 2 — 4096 бітів; 3 — 16384 бітів; 4 — 65536 бітів

показує значення BER, що прямує до мінімуму, який визначений теоретично можливою межею для даного коду, коли існує безпомилкове передавання та декодування інформації, і для турбо-коду ці значення максимально наближені до даної межі.

ВИСНОВКИ

Отже, розглянуто алгоритм log-MAP декодування турбо-кодів та наведено математичний апарат для розуміння реалізації, складності та принципів роботи турбо-кодів, які використовуються в сучасних стандартах для передавання цифрової інформації (DVB-RCS, W-CDMA, CDMA2000, IEEE P1901,

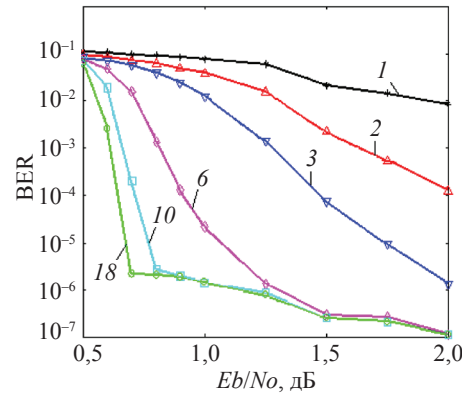


Рис. 6. Моделювання роботи алгоритму log-MAP для різної кількості ітерацій декодування (1, 2, 3, 6, 10, 18)

ViaSat, HDTV). Для надійної роботи алгоритм декодування не повинен обмежуватися поданням на декодери «жорсткої» схеми рішень. Для кращого використання інформації, яка отримана з кожного декодера, застосовують «м'яку» схему декодування.

Запропоновано апаратну архітектуру для log-MAP декодера, яка дозволяє перейти до «м'яких» рішень. Моделювання показало результати BER, близькі до 10^{-7} . Таким чином, доцільно розглянути даний алгоритм для підвищення ефективності та перешкодостійкості декодування при проектуванні сучасних перешкодостійких систем передавання цифрової інформації.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] Кулик, А. Я. Перспективи застосування турбо-коду в інформаційно-вимірювальних системах та системах контролю [Текст] / А. Я. Кулик, Ю. Ю. Іванов // Вимірювання, контроль та діагностика в технічних системах : матеріали I міжнар. наук. конф. — Вінниця : ВНТУ, 2011. — С. 189.
- [2] Кулик, А. Я. Турбо-код: властивості та застосування для завадостійкого кодування [Текст] / А. Я. Кулик, С. Г. Кривоугубченко, Ю. Ю. Іванов // Оптико-електронні інформаційно-енергетичні технології. — 2011. — №2 (22). — С. 25–33.

- [3] **Neubauer, A.** Coding Theory: Algorithms, Architectures and Applications [Text] / A. Neubauer, J. Freudenberger, V. Kuhn. — Chippenham : John Wiley & Sons Ltd, 2007. — 362 p.
- [4] **Ould-Cheikh-Mouhamedou, Y.** Enhanced Max-Log-APP and Enhanced Log-APP Decoding for DVB-RCS [Text] / Y. Ould-Cheikh-Mouhamedou, P. Guinand, P. Kabal // Intern. Symp. Turbo Codes. — Brest (France). — 2003. — P. 259–262.
- [5] **Sabeti, L.** New Design of a MAP Decoder [Electronic resource] / L. Sabeti. — Access mode: <http://www.vlsi.uwindsor.ca>.
- [6] Single- and Multi-Carrier CDMA. Multi-User Detection, Space-Time Spreading, Synchronisation and Standards [Text] / L. Hanzo, L-L. Yang, E-L. Kuan, K. Yen. — New York : John Wiley & Sons Inc, 2003. — 1077 p.
- [7] **Valenti, M.** An Efficient Software Radio Implementation of the UMTS Turbo Codec [Electronic resource] / M. Valenti. — Access mode: <http://www.csee.wvu.edu>.

© А. Я. Кулик, С. Г. Кривогубченко, Ю. Ю. Иванов

Надійшла до редколегії 03.07.2012

Статтю рекомендує до друку член редколегії Вісника НУК

д-р техн. наук, проф. *К. В. Кошкін*

Статтю розміщено у Віснику НУК №4, 2012