УДК 629.5.01
Д 91

ДО ТЕОРІЇ ВИЗНАЧЕННЯ ДИНАМІЧНИХ ДЕФОРМАЦІЙ КОРПУСУ СУДНА

Л.М. Дихта, д-р техн. наук, проф.

Чорноморський державний університет ім. Петра Могили, м. Миколаїв

Анотація. Запропоновано розрахункові залежності, що дозволяють визначити динамічні деформації корпусу судна в помірних та екстремальних режимах поздовжньої хитавиці.
Ключові слова: слемінг, корпус судна, динамічні деформації, розрахунок, власні форми вільних коливань.

Аннотация. Предложены расчетные зависимости, которые позволяют определить динамические деформации корпуса судна в умеренных и экстремальных режимах продольной качки.
Ключевые слова: слеминг, корпус судна, динамические деформации, расчет, собственные формы свободных колебаний.

Abstract. Formulae are offered for the ship hull dynamic deformations to be calculated under moderate and extreme modes of heaving and pitching motions.
Keywords: slamming, ship hull, dynamic deformation, calculations, natural modes.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

Протягом останніх двох-трьох десятиліть у зв'язку з впровадженням у суднобудівну галузь матеріалів і сталей підвищеної міцності й, таким чином, можливістю зменшення поперечних розмірів несучих конструкцій суден і товщини зовнішньої обшивки, а також з тенденцією до зростання довжин суден та швидкостей руху значною мірою збільшився вплив динамічних деформацій на напружений стан корпусів при їх експлуатації в складних гідрометеорологічних умовах. Відповідно виникла потреба в розвитку методів, які належним чином ураховують цей вплив у розрахунках міцності. Стохастичний характер хвильових навантажень спричиняє необхідність виконувати багатоваріантні розрахунки, що віддає перевагу балковій моделі для загальних динамічних деформацій корпусу, яка є достатньо точною і дозволяє розв'язувати задачу при прийнятному обсязі обчислювальних витрат.

Одним з раціональних напрямків розвитку методів визначення загальних динамічних деформацій корпусу судна є виведення розрахункових залежностей з найбільш загальної теоретичної моделі послідовним внесенням спрощень, що забезпечить ефективний контроль співвідношення між точністю результатів і потрібних витрат часу.

АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

Загальний підхід до визначення динамічних деформацій корпусу судна, який моделюється непризматичною балкою Тимошенко [5], зводиться до знаходження розв'язку нестаціонарної крайової задачі для системи двох диференціальних рівнянь відносно невідомого поперечного переміщення w осі балки та кута зсуву γ в шпангоутному перерізі корпусу судна. У зв'язаній із судном системі координат $oxyz$ (початок — у точці перетину ДП, ВЛ і ахтерштевня, площина oxy — площина ВЛ у стані рівноваги судна, осі ox, oy та oz напрямлені в ніс на лівий борт і вертикально вгору) згадана система рівнянь має наступний вигляд [5] (t — час, а x — просторова змінна):

$$\begin{cases} m(x)\dfrac{\partial^2 w}{\partial t^2} k_w(x)\dfrac{\partial w}{\partial t} - \dfrac{\partial}{\partial x}\left(GF(x)\cdot\gamma\right) - \dfrac{\partial}{\partial x}\left(k_\gamma(x)\dfrac{\partial \gamma}{\partial t}\right) = p(x,\ t); \\ \dfrac{\partial}{\partial x}\left(EI(x)\dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2} + k_c(x)\dfrac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial t} - GF(x)\dfrac{\partial \gamma}{\partial x} - k_\gamma(x)\dfrac{\partial^2 \gamma}{\partial x \partial t}\right) + \\ \qquad + GF(x)\cdot\gamma + k_\gamma(x)\dfrac{\partial \gamma}{\partial t} + I_m(x)\left(\dfrac{\partial^2 \gamma}{\partial t^2} - \dfrac{\partial^2 w}{\partial x \partial t}\right) = 0, \end{cases} \tag{1}$$

де $w(x,\ t)$ — поперечні в ДП переміщення осі балки; $\gamma(x,\ t)$ — кут зсуву в шпангоутному перерізі; $EI(x)$, $GF(x)$ — ефективна згінна та зсувна жорсткість балки відповідно; $p(x,\ t)$ — зумовлене хвилями поперечне зовнішнє навантаження; $m(x,\ t)$ — погонна маса, яка визначається як, власне, масами самої балки, так і приєднаними масами води; $k_w(x,\ t)$ — коефіцієнт зовнішнього опору поперечним переміщенням балки; $k_c(x,t)$, $k_\gamma(x,t)$ — коефіцієнти внутрішнього опору відповідно згину й зсуву; $I_m(x)$ — момент інерції мас при обертанні поперечних перерізів.

У виписаній системі її коефіцієнти та вільний член є величинами відомими; деяке уявлення стосовно вигляду й складності вказаних величин можна отримати, ознайомившись зі змістом глави 6 монографії [8].

Одиничність розв'язку крайової задачі для згину w і кута γ забезпечують початкові умови при $t = t_0 = 0$ (точка над символом означає похідну за часом t):

$$w(x,\ t_0) = w_0(x);\quad \gamma(x,\ t_0) = \gamma_0(x);$$
$$\frac{\partial w}{\partial t}(x,\ t_0) = \dot{w}_0(x);\quad \frac{\partial \gamma}{\partial t}(x,\ t_0) = \dot{\gamma}_0(x); \tag{2}$$

та граничні умови при $x = 0$ і $x = L$, де L — довжина судна:

$$\gamma(0,\,t)=0\,;\;\;\gamma(L,\,t)=0\,;\;\;\frac{\partial^2 w}{\partial^2 x}(0,\,t)-\frac{\partial\gamma}{\partial x}(0,\,t)=0;$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial^2 x}(L,\,t)-\frac{\partial\gamma}{\partial x}(L,\,t)=0. \qquad (3)$$

За фізичним змістом умови (3) означають відсутність зосереджених зусиль на кінцях безопорної балки.

Хоча розкладання невідомих функцій за власними формами коливань розглядуваної системи і є найбільш вживаним [1] та ефективним методом розв'язання крайової задачі, проте слід мати на увазі, що у загальному випадку гідродинамічні характеристики корпусу судна (коефіцієнти приєднаних мас та демпфірування) як коефіцієнти виписаних рівнянь у деяких важких режимах хитавиці (наприклад, слемінг) є залежними від часу і змінюються зі зміною зануреної частини корпусу. Тому формальне використання у динамічних розрахунках відзначеного підходу є некоректним через некоректність самого поняття власних форм. Однак, як показано в роботі [9], у достатньо широкому діапазоні умов (у тому числі і в режимі слемінгу) припущення про сталість гідродинамічних коефіцієнтів хитавиці є прийнятним як з погляду спрощення розрахункової схеми, так і точності отримуваних результатів: вплив на максимальні значення внутрішніх зусиль у корпусі судна при перехідному режимі від слемінгових навантажень є незначним.

МЕТА РОБОТИ — розробка простого алгоритму наближеного розв'язання розглядуваної крайової задачі, який базується на зведенні її до знаходження розв'язків нескінченних систем алгебраїчних рівнянь.

ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ

Для зручності подальшого викладення матеріалу доцільно записати крайову задачу в дещо відмінному від наведеного вище вигляду. Для цього подамо невідомі функції як складові одного вектора: $v = (w, \gamma)$, причому кожна зі складових належить відповідно просторам E_1 та E_2, тобто $w \in E_1$, а $\gamma \in E_2$; сам же вектор v є елементом простору E — декартової суми $E = E_1 + E_2$ з натуральним визначенням операцій додавання елементів та множення на число [2]. Якщо розглянути оператори A_{jk}, $j, k = 1, 2$, що діють на відповідні елементи вектора v,

$$A_{11}=m\frac{\partial^2}{\partial x\partial t}+k_w\frac{\partial}{\partial t}\,;$$

$$A_{12}=-k_\gamma\frac{\partial^2}{\partial x\partial t}-GF\frac{\partial}{\partial x}-\frac{\partial k_\gamma}{\partial x}\frac{\partial}{\partial t}-\frac{\partial}{\partial x}(GF)\,;$$

$$A_{21}=EI\frac{\partial^3}{\partial x^3}+k_c\frac{\partial^3}{\partial x^2\partial t}-I_m\frac{\partial^3}{\partial t^2\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}(EI)\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial}{\partial x}(k_c)\frac{\partial^2}{\partial x\partial t}\,;$$

$$A_{22}=-GF\frac{\partial^2}{\partial x^2}-k_\gamma\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial t}+$$

$$+I_m\frac{\partial^2}{\partial t^2}-\frac{\partial}{\partial x}(GF)\frac{\partial}{\partial x}+k_\gamma\frac{\partial}{\partial t}+GF\,, \qquad (4)$$

то систему (1) можна записати у вигляді одного рівняння

$$A\,v = p;\; A = (A_{jk});\; v = (w, \gamma);\;\; p = (p, 0). \qquad (5)$$

Далі введемо оператор

$$B=(B_{jk});\;\; B_{11}=\frac{\partial^2}{\partial x^2};\; B_{12}=-\frac{\partial}{\partial x};\; B_{21}=0;\; B_{22}=1$$

і запишемо початкові та граничні умови у вигляді

$$v = v_0 = (w_0, \gamma_0),$$

$$\dot v=\dot v_0=(\,\dot w_0,\;\dot\gamma_0)\ \text{при}\ t = 0\ \text{і}\ \forall x \in (0, L); \qquad (6)$$

$$B\,v = 0\;\; \text{при}\ x = 0\ \text{і}\ \forall t \in (0, \infty);$$

$$B\,v = 0\ \text{при}\ x = L\ \text{і}\ \forall t \in (0, \infty). \qquad (7)$$

Помірні режими поздовжньої хитавиці. Це такі режими, при яких відсутнім є днищевий слемінг, а гідродинамічні характеристики хитавиці й судна можна вважати сталими відносно часу t. За таких умов розглядувана крайова задача значно спрощується і допускає зведення її до знаходження розв'язку системи двох лінійних крайових задач для звичайних (одна змінна x) диференціальних рівнянь.

Справді, застосувавши до задачі (4)–(7) перетворення Лапласа [4] з параметром перетворення s, отримаємо вказану систему двох диференціальних рівнянь, яка допускає наступний запис:

$$A_s\hat v=u\,;\;\;\hat g=\int\limits_0^\infty g(x,\,t)\exp(-st)dt;\; u = (\varphi, \psi);$$

$$\varphi=\hat p+mw_0'+k_w w_0-k_\gamma\gamma_0'-k_\gamma'\gamma_0\,;$$

$$\psi=k_c w_0''-I_m(w_0'+s\dot w_0')+k_c' w_0''-k_\gamma\gamma_0'+I_m(\gamma_0+s\dot\gamma_0); \quad (8)$$

$$B\,\hat v\ = 0\ \text{при}\ x = 0;\; B\,\hat v\ = 0\ \text{при}\ x = L,$$

де A_s — оператор A, в якому операцію диференціювання за змінною t замінено відповідним степенем параметра s; $g(x, t)$ — «довільна» функція, визначена при $x \in (0, L)$, штрихом позначено диференціювання за змінною x.

Визначивши із системи (8) трансформанти Лапласа шуканих функцій $\hat v=(\hat w,\,\hat\gamma)$, за допомогою оберненого перетворення Лапласа [4] неважко відновити і самі функції. Однак при проведенні числових обчислень більш доцільне використання наступної схеми. У кожному з просторів E_1 і E_2 слід ввести «свій» базис [2] – e_1 та e_2 (координатні функції), вибір якого узгоджується з граничними умовами, накладеними на шукані функції [7]:

$$e_1=\{e_k^{(1)}(x)\}_{k=-1}^{\infty};\;\; e_2=\{e_k^{(2)}(x)\}_{k=1}^{\infty}\,;$$

$$e_{-1}^{(1)}(x)=\frac{2\sqrt3}{L}(x-0{,}5L);\;\; e_0^{(1)}(x)=1\,;$$

$$e_k^{(1)}(x)=\mathrm{ch}\lambda_k x+\cos\lambda_k x-$$

$$-\frac{\mathrm{ch}\lambda_k L-\cos\lambda_k L}{\mathrm{sh}\lambda_k L-\sin\lambda_k L}(\mathrm{sh}\lambda_k x+\sin\lambda_k x),\; k = 1, 2, 3, \ldots;$$

$$e_k^{(2)}(x) = \mathrm{ch}\lambda_k x - \cos\lambda_k x - $$

$$-\frac{\mathrm{ch}\lambda_k L - \cos\lambda_k L}{\mathrm{sh}\lambda_k L - \sin\lambda_k L}(\mathrm{sh}\lambda_k x - \sin\lambda_k x),\ k = 1, 2, 3, \ldots;$$

де через λ_k, $k = 1, 2, 3, \ldots$ позначено *k*-ий корінь трансцендентного рівняння

$$\mathrm{ch}\lambda_k L \cos\lambda_k - 1 = 0.$$

Зазначимо, що введені базиси e_1 і e_2 є повними ортогональними системами функцій у відповідних просторах; іншими словами, кожну функцію, задану на відрізку $0 \le x \le L$, можна подати у вигляді узагальненого ряду Фур'є. Якщо тепер виразити шукані функції відрізками таких рядів (n_1 і n_2 — розмірності підпросторів E_1 та E_2)

$$\hat{w}(x,s) = \sum_{k=-1}^{n_1} \hat{w}_k(s) e_k^{(1)}(x);$$

$$\hat{\gamma}(x,\ s) = \sum_{k=1}^{n_2} \hat{\gamma}_k(s) e_k^{(2)}(x), \tag{9}$$

де $\hat{w}_k(s)$, $\hat{\gamma}_k(s)$ — коефіцієнти Фур'є виписаних рядів, і підставити в перше ж співвідношення системи (8), то, застосувавши стандартну процедуру методу Петрова–Гальоркіна [6] (нагадаємо, що розмірність підпростору E є сума $n_1 + n_2$ і його базисом є декартів добуток $e_1 \times e_2$ [2]), зведемо визначення коефіцієнтів до розв'язання вказаних вище алгебраїчних систем.

Екстремальні режими поздовжньої хитавиці. Це режими, при яких не можна нехтувати залежністю від часу змоченої частини суднового корпусу, принаймні в районі фор- і ахтерштевнів [10]. Проте і в цьому випадку прийнятний прогрес у дослідженні динамічних деформацій та зусиль, що діють у поперечних перерізах корпусу судна, може бути досягнутим [10].

З цією метою слід перейти в часову область і записати шукані функції у вигляді рядів, аналогічних рядам формули (9):

$$w(x,\ t) = \sum_{k=-1}^{n_1} w_k(t) e_k^{(1)}(x);$$

$$\gamma(x,\ t) = \sum_{k=1}^{n_2} \gamma_k(t) e_k^{(2)}(x); \tag{10}$$

де $w_k(t)$, $\gamma_k(t)$ — узагальнені переміщення, які відповідають координатним функціям, що фігурують у виписаних поданнях.

Підстановка виразів для шуканих функцій (10) у систему (5) і застосування до неї процедури методу Гальоркіна або найменших квадратів дозволяють привести її до канонічного вигляду системи звичайних диференціальних рівнянь, що описує коливання лінійної динамічної системи з багатьма степенями вільності:

$$M\ddot{v} + C\dot{v} + Kv = f. \tag{11}$$

Через *M*, *C* і *K* у системі (11) позначено відповідно матриці мас, демпфірування та жорсткостей, через *v* — вектор, складений з узагальнених переміщень $w_k(t)$ і $\gamma_k(t)$ у (10), а через *f* — вектор сил, що збурюють у часі коливання судна, динамічні деформації та зусилля в його корпусі.

Підкреслимо ще раз, що зміна в часі розподілу мас й інших гідродинамічних характеристик хитавиці за довжиною корпусу судна означає відсутність сталих власних форм та частот вільних коливань і, таким чином, неправомірність їх формального використання у динамічних розрахунках. Проте, як свідчать дослідження [10], в яких застосовано розкладання по формах власних вільних коливань, у достатньо широкому діапазоні умов спрощення, що полягає у використанні сталих значень гідродинамічних коефіцієнтів, є цілком прийнятним в стосовно визначення максимальних значень внутрішніх зусиль у корпусі судна (в тому числі й у перехідному процесі від слемінгових навантажень).

Приймаючи припущення про сталість матриць мас і демпфірування та жорсткостей, надалі вважатимемо, що система (11) є системою звичайних лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами, загальне розв'язання якої можна отримати в аналітичному вигляді [3] шляхом розкладання шуканих функцій за власними числами і векторами наступної однорідної системи:

$$(M\omega^2 + C\omega + K)z = 0, \tag{12}$$

яка є відповідною до системи (11).

При ненульовому демпфіруванні власні вектори $\bar{z}_k$ і числа ω_k системи (12) є комплексними: $\bar{z}_k = \bar{x}_k + i\bar{y}_k$, ($\bar{x}_k$ і $\bar{y}_k$ — дійсні вектори, α_k і β_k — дійсні скаляри). Загальний розв'язок системи (11) через власні вектори і числа (при сталих коефіцієнтах) системи (12) записується [3] наступним чином:

$$v(t) = \sum_{k=1}^{n} c_k \Big\{ e^{-\alpha_k t}\big[\big(G_k M\dot{v}(0) + (-\alpha_k G_k M + \beta_k H_k M + G_k C)v(0)\big)\cos\beta_k t +$$

$$+ \big(H_k M\dot{v}(0) + (-\beta_k G_k M - \alpha_k H_k M + H_k C)v(0)\big)\sin\beta_k t\big] +$$

$$+ G_k \int_0^t \bar{f}(\tau) e^{-\alpha_k(t-\tau)} \cos\beta_k(t-\tau)\,d\tau +$$

$$+ H_k \int_0^t \bar{f}(\tau) e^{-\alpha_k(t-\tau)} \sin\beta_k(t-\tau)\,d\tau \Big\}, \tag{13}$$

де $v(0)$ і $\dot{v}$ – значення вектора узагальнених переміщень та його першої похідної при $t = 0$, які визначаються початковими умовами (2).

Матриці, що входять до (13), розраховуються за такими формулами (верхній індекс *T* означає операцію транспонування вектора, а символ × — операцію тензорного добутку векторів):

$$G_k = a_k A_k + b_k B_k;\ H_k = b_k A_k - a_k B_k;$$

$$A_k = \bar{x}_k \times \bar{x}_k - \bar{y}_k \times \bar{y}_k;\ B_k = \bar{x}_k \times \bar{y}_k + \bar{y}_k \times \bar{x}_k;$$

$$a_k = -2\cdot\alpha_k\left(\bar{x}_k^T M\,\bar{x}_k - \bar{y}_k^T M\,\bar{y}_k\right) - 4\cdot\beta_k \bar{x}_k^T M\,\bar{y}_k + \bar{x}_k^T C\bar{x}_k - \bar{y}_k^T C\bar{y}_k;$$

$$b_k = -2\cdot\beta_k\left(\bar{x}_k^T M\,\bar{x}_k - \bar{y}_k^T M\,\bar{y}_k\right) - 4\cdot\alpha_k \bar{x}_k^T M\,\bar{y}_k + 2\bar{x}_k^T C\bar{y}_k;$$

$$c_k = 2/\left(a_k^2 + b_k^2\right).$$

Перехід до подання через головні форми здійснюється підстановкою узагальнених переміщень із (13) у залежності (10) та обчисленням сум за індексом координатних функцій відповідно $e_k^{(1)}(x)$ і $e_k^{(2)}(x)$.

ВИСНОВКИ

1. Послідовними перетвореннями загальної моделі отримано розрахункові залежності для визначення динамічних деформацій корпусу судна в часовій області з урахуванням гідродинамічних характеристик хитавиці за довжиною корпусу судна, що дає можливість контролювати похибки, внесені прийнятими спрощеннями.

2. Використання запропонованих залежностей не потребує попереднього визначення власних форм і частот вільних коливань корпусу — вони визначаються в процесі проведення обчислень.

3. Вид запропонованих розрахункових залежностей дозволяє оптимізувати обсяг обчислень.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

[1] **Бишоп, Р.** Гидроупругость судов [Текст] : [пер. с англ.] / Р. Бишоп, У. Прайс. — Л. : Судостроение, 1983. — 384 с.

[2] **Глазман, И. М.** Конечномерный линейный анализ [Текст] / И. М. Глазман, Ю. И. Любич. — М. : Наука, 1969. — 475 с.

[3] **Крендол, С. Х.** Матричные методы анализа [Текст] : справочник по ударным нагрузкам / С. Х. Крендол, Р. Б. Мак-Коли. — Пер. с англ. С. М. Харрис, Ч. И. Крид. — Л. : Судостроение, 1980. — С. 202–238.

[4] **Лаврентьев, М. А.** Методы теории функций комплексной переменной [Текст] / М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат. — М. : Наука, 1965. — 716 с.

[5] **Постнов, В. А.** Вибрация корабля [Текст] : учебник / В. А. Постнов, В. С. Калинин, Д. М. Ростовцев. — Л. : Судостроение, 1983. — 248 с.

[6] Приближенное решение операторных уравнений [Текст] / М. А. Красносельский, Г. М. Вайникко, П. П. Забрейко [и др.]. — М. : Наука, 1969. — 456 с.

[7] Прочность, устойчивость, колебания [Текст] : справочник : в 3 т. / под ред. И. А. Биргера, Я. Г. Пановко. — М. : Машиностроение, 1968, — Т. 3. — 567 с.

[8] **Ремез, Ю. В.** Качка корабля [Текст] / Ю. В. Ремез. — Л. : Судостроение, 1983. — 328 с.

[9] **Суслов, С. В.** Влияние изменения во времени гидродинамических коэффициентов на динамические деформации корпуса судна под действием волновых нагрузок [Текст] / С. В. Суслов, А. В. Чечель // Зб. наук. праць НУК. — Миколаїв : НУК, 2008. — № 1 (418). — С. 13–18.

[10] **Суслов, С. В.** О нелинейной модели волновых нагрузок судов [Текст] / С. В. Суслов // Зб. наук. праць УДМТУ. — Миколаїв : УДМТУ, 1998. — № 3 (351). — С. 15–19.

Надійшла до редколегії 19.03.12

Статтю рекомендує до друку член редколегії ЗНП НУК
д-р техн. наук, проф. *Коростильов Л. І.*

Статтю розміщено у Віснику НУК № 2, 2012