

<http://dx.doi.org/10.15589/evn20140311>

УДК 621.314

П 12

## METHOD OF GENERALIZED ANALYSIS OF THE STATIONARY PROCESSES OF RESONANT CONVERTERS

### МЕТОД ОБОБЩЕННОГО АНАЛИЗА СТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ РЕЗОНАНСНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

Hennadii V. Pavlov

[gennadiy.pavlov@nuos.edu.ua](mailto:gennadiy.pavlov@nuos.edu.ua)

ORCID: 0000-0002-4937-1828

Andrii V. Obrubov

[andrii.obrubov@nuos.edu.ua](mailto:andrii.obrubov@nuos.edu.ua)

ORCID: 0000-0001-9667-1703

Iryna L. Vinnichenko

[nil\\_sound@mail.ru](mailto:nil_sound@mail.ru)

ORCID: 0000-0002-3768-1060

Г. В. Павлов,

д-р техн. наук, проф.;

А. В. Обрубов,

канд. техн. наук, доц.;

И. Л. Винниченко,

асп.

Admiral Makarov National University of Shipbuilding, Mykolaiv

Национальный университет кораблестроения имени адмирала Макарова, г. Николаев

**Abstract.** The method of generalized analysis of the stationary processes of resonant converters by combining the constant current components of the resonant converter has been represented. The aim of the research is to design the method of generalized analysis of the stationary processes of resonant converters on the basis of the specified sequences of combinations of the equivalent voltage sources connected to the converter circuit during the working cycle. The simulation modeling of resonant converters with two sources with pulse and frequency control methods is conducted to test the viability of the suggested method. The dependence of the main constant current component of the resonant converter circuit on the load parameters and the converter structure is obtained. Thus, the method of generalized analysis of the stationary processes of resonant converters is developed. This method can be useful for the study of the resonant converters used in chargers or for the construction of low-frequency vibration generators with reactive load at the design stage. The method of combining the constant current components has a generality feature, i.e. covers a wide class of resonant converters. It can be the basis of a mathematical model and allows conducting a comparative analysis of various resonant converter circuits at the design stage of power supply systems.

**Keywords:** resonant converter; resonant circuit; stationary mode.

**Аннотация.** Разработан метод обобщенного анализа стационарных процессов резонансных преобразователей путем наложения составляющих стационарного тока резонансного преобразователя; с использованием разработанного метода наложения составляющих получены выражения для расчета стационарного тока преобразователей с последовательным резонансным контуром; приведен пример расчета статических характеристик для преобразователей с двумя источниками напряжения с широтным и частотным регулированием выходного напряжения.

**Ключевые слова:** резонансный преобразователь; резонансная цепь; стационарный режим.

**Анотація.** Розроблено метод узагальненого аналізу стаціонарних процесів резонансних перетворювачів шляхом накладання складових стаціонарного струму резонансного перетворювача; з використанням розробленого методу накладання складових отримано вирази для розрахунку стаціонарного струму; перетворювачів з послідовним резонансним контуром; наведено приклад розрахунку статичних характеристик для перетворювачів з двома джерелами напруги з широтним і частотним регулюванням вихідної напруги.

**Ключові слова:** резонансний перетворювач; резонансне коло; стаціонарний режим.

## REFERENCES

- [1] Pavlov H.V., Obrubov A.V., Pokrovskiy M.V., Nikitina E.V. Matematicheskaya model posledovatelno-parallelnogo rezonansnogo preobrazovatelya s fazovym regulirovaniem [Mathematical model of the serial-parallel resonant converter with phase control]. *Tekhnichna elektrodynamika. Tematychnyi vypusk «Problemy suchasnoi elektrotekhniki»* [Technical Electrodynamics. Special issue «Problems of the modern electrical engineering»], 2007, issue 2, pp. 10–15.

- [2] Pavlov H.V., Obrubov A.V., Nikitina E.V. Issledovanie staticheskikh kharakteristik rezonansnogo preobrazovatelya metodom kombinirovaniya sostavlyayushchikh toka kontura [Study of the static characteristics of the resonant converter by combining the circuit current components]. *Zbirnyk naukovykh prats NUK* [Collection of Scientific Publications of NUS], 2014, no. 3, pp. 47–56.
- [3] Pavlov H.V., Nikitina E.V., Obrubov A.V. Energoberegayushchie tekhnologii v preobrazovatelnoy tekhnike na osnove rezonansnykh invertorov [Energy-saving technologies in converter equipment based on resonant inverters]. *Materialy I MNTK «Innovatsii v sudnobuduvanni ta okeanotekhnitsi»* [Materials of the First International Scientific and Technical Conference «Innovations in shipbuilding and ocean technology»]. Mykolaiv, 2010, pp. 397–399.
- [4] Yurchenko N.N., Shevchenko P.N., Gutsalyuk V.Ya., Slesarevskiy I.O., Tverdokhleby Yu.A. Sposoby regulirovaniya toka tranzistornogo invertora napryazheniya s posledovatelnyim rezonansnym konturom na vykhode [Current control methods for transistor voltage inverter with serial resonant circuit at the output]. *Tekhnichna elektrodynamika. Tematychnyi vypusk «Sylova elektronika ta enerhoefektyvnist»* [Technical Electrodynamics. Special issue «Power Electronics and Energy Efficiency»], 2002, issue 1, pp. 79–81.
- [5] Pavlov H.V., Obrubov A.V., Nikitina E.V., Shcherbinin T.V. Sravnenie kharakteristik rezonansnykh preobrazovatelyu pri razlichnykh sposobakh regulirovaniya s ispolzovaniem imitatsionnykh modeley [Comparison of the characteristics of resonant converters at different control methods using the simulation models]. *Tekhnichna elektrodynamika. Tematychnyi vypusk «Sylova elektronika ta enerhoefektyvnist»* [Technical electrodynamics. Special issue «Power Electronics and Energy Efficiency»], 2010, issue 1, pp. 97–102.
- [6] Drobnik J. High frequency alternating current power distribution. *Proc. IEEE INTELEC'94*, Vancouver, BC, 1994, pp. 292–296.
- [7] Jain P., St-Martin A., Edwards G. Asymmetrical pulse-width-modulated resonant dc/dc converter topologies. *IEEE Trans. Power Electron.* vol. 11, May 1996, pp. 413–422.
- [8] Rashid M.H. *Power Electronics Handbook (Second Edition)*. Devices, Circuits, and Applications. Elsevier Inc, 2007. 837 p.

### ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

При проектировании источников питания с резонансными принципами коммутации силовых ключей возникают проблемы согласования резонансных преобразователей с изменяющимися нагрузками и получения требуемых внешних характеристик. Первая проблема обусловлена возможными нарушениями условий коммутации при значительных изменениях нагрузок, вторая заключается в более сложном проектировании из-за большого разнообразия силовых схем и характеристик резонансных преобразователей. Основную же информацию о возможностях той или иной схемы преобразователя дают статические характеристики [5, 8]. В связи с этим представляется целесообразным разработать метод обобщенного анализа процессов в резонансном преобразователе (РП) в стационарном режиме без привязки к конкретной силовой схеме с целью получения статических характеристик и сравнительной оценки возможностей преобразователей с различными алгоритмами коммутации.

### АНАЛИЗ ПОСЛЕДНИХ ИССЛЕДОВАНИЙ И ПУБЛИКАЦИЙ

Резонансные принципы коммутации позволяют снизить потери переключения и генерируемые помехи, повысить рабочие частоты преобразователей, что делает их привлекательными для использования в системах питания широкого потребления [3–8],

где необходимо преобразовывать сетевое напряжение в постоянное, а также и напряжение альтернативных источников в постоянное либо переменное. Многие работы, посвященные подобным преобразователям, содержат статические характеристики, позволяющие оценить их возможности. В [2] рассмотрено применение метода комбинирования составляющих тока контура для исследования статических характеристик резонансных преобразователей. Однако при наличии нескольких контуров необходимо учитывать перенос начальных условий из одной межкоммутационной схемы в следующую. Кроме того, проверена состоятельность данного метода при различных топологиях резонансных преобразователей.

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ** – разработка метода обобщенного анализа стационарных процессов резонансных преобразователей на основе заданных последовательностей комбинаций эквивалентных источников напряжения, подключаемых к контуру преобразователя в течение рабочего цикла.

### ИЗЛОЖЕНИЕ ОСНОВНОГО МАТЕРИАЛА

Для анализа предложены параллельная и последовательная схемы идеализированных резонансных преобразователей.

Силовая схема РП с источниками напряжений  $u_1(t) \dots u_N(t)$  может в общем случае быть представлена в виде параллельной (рис. 1,а) либо последовательной (рис. 1,б) топологии. Источники напряжений

$u_1(t) \dots u_N(t)$  замещають собою джерела і споживачі електроенергії, між якими за допомогою РП передається електроенергія з перетворенням її параметрів. Перетворюватися може змінне напруга в постійне, постійне в змінне і постійне в постійне напруга. В дійсності це може бути, наприклад, напруга живлячої мережі або генератора як джерела електроенергії і акумуляторної або конденсаторної батареї як споживача електроенергії. Напруги можуть бути постійними, повільно змінюючись або періодичними змінними. Швидкість їх зміни така, що за цикл комутації зміни напруги повинні бути багато менше їх очікуваних максимальних значень. Продовжительність

цикла комутації, або період комутації  $T$ , відповідає максимальному періоду комутаційних функцій напруги. Періоди окремих комутаційних функцій рівні або кратні один одному. Період вихідного напруги, якщо воно періодичне, суттєво більше періоду комутації. Припустимо, що ключі схем двонаправлені. Тоді при певних алгоритмах комутації ключів може бути реалізована деяка часові послідовність напруги на резонансній  $rLC$ -цепі, утворена підключаються до схеми джерелами напруги. Можливі варіанти включень і комбінацій джерел для наведених схем перераховані в табл. 1 (для схеми на рис. 1, а) і табл. 2 (для схеми на рис. 1, б).

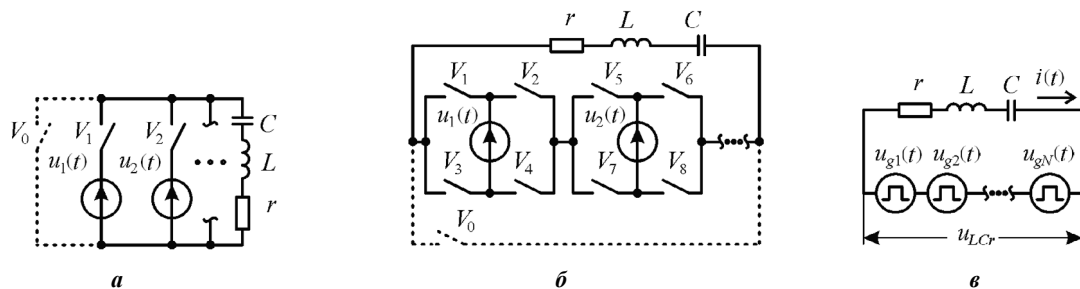


Рис. 1. Схеми абстрактних резонансних перетворювачів

Таблиця 1

Номер комбінації	Підключені джерела напруги			Напруга на резонансній ланці $u_{LCr}$	Включені ключі
	$u_1$	$u_2$	$u_c^*$		
0	0	0	1	$u_c$	—
1	0	0	0	0	$V_0$
2	1	0	0	$u_1$	$V_1$
3	0	1	0	$u_2$	$V_2$

Таблиця 2

Номер комбінації	Підключені джерела напруги			Напруга на резонансній ланці $u_{LCr}$	Включені ключі
	$u_1$	$u_2$	$u_c^*$		
0	0	0	1	$u_c$	—
1	0	0	0	0	$V_0$
2	-1	0	0	$-u_1$	$V_2, V_3, V_5, V_6$
3	1	0	0	$u_1$	$V_1, V_4, V_7, V_8$
4	0	-1	0	$-u_2$	$V_3, V_4, V_6, V_7$
5	0	1	0	$u_2$	$V_1, V_2, V_5, V_8$
6	-1	-1	0	$-u_1 - u_2$	$V_2, V_3, V_6, V_7$
7	1	-1	0	$u_1 - u_2$	$V_1, V_4, V_6, V_7$
8	-1	1	0	$-u_1 + u_2$	$V_2, V_3, V_5, V_8$
9	1	1	0	$-u_1 + u_2$	$V_1, V_4, V_5, V_8$

\*Коли ключі розімкнуті, в резонансній ланці присутній тільки напруга на ємності і струм не протікає, тому можна представити, що контур замкнут на джерело напруги з величиною  $u_c$ .

Перша схема дозволяє підключати джерела напруги тільки по окремості. Друга схема з послідовним включенням мостів дає можливість отримати всі можливі комбінації джерел напруги. Крім нульової комбінації з усіма розімкнутими ключами отримується дев'ять комбінацій підключення еквівалентних джерел до контуру перетворювача. Для  $N$  еквівалентних джерел напруги буде  $3^N$  комбінацій, оскільки кожне джерело має три варіанти підключення. Це виключення джерела з ланки проходження струму контуру, коли напруга джерела вважається нульовою, підключення з прямою і з оберненою полярністю. Такі комутуємі джерела  $u_1(t) \dots u_N(t)$  з ключами замінюються еквівалентними генераторами  $u_{g1}(t) \dots u_{gN}(t)$  на рис. 1, в, напруга яких змінюється стрибкоподібно в моменти зміни комбінацій при комутації ключів схеми. Стрибокподібні зміни напруги контуру викликають струм  $i(t) = i_1(t) + i_2(t) + \dots + i_N(t)$ , представлений сумою складових, викликаних кожним джерелом напруги в окремості.

Аналіз стаціонарних процесів в перетворювачах вимагає ряду допущень, які сформульовані і пояснені далі в порядку пріоритетності.

Силова схема лінійна на проміжках постійності структури. Тому можна використовувати для аналізу принцип накладення. Нелінійність, присутня в реальних схемах, може бути розглянута в подальшому при уточненні силової схеми і алгоритму комутації.

Преобразователь может быть представлен в виде неизменной по составу пассивной цепи с активными сопротивлениями, индуктивностями и емкостями, к которой с помощью управляемых идеализированных ключей могут подключаться эквивалентные источники напряжений. Изменение структуры происходит только за счет включения в силовую схему либо исключения из нее эквивалентных источников напряжения.

Стационарные периодические процессы в силовых схемах рассматриваемых преобразователей имеют фазовые траектории с периодами в полярных координатах  $2\pi k$ , где  $k = 1, 2, 3, \dots$ . Для минимизации пульсаций реализуется одноцикловое регулирование с периодами фазовых траекторий, равными периодам циклов коммутации, когда  $k = 1$ . Это отвечает требованиям фильтрации высокочастотных колебаний на выходе преобразователя, поскольку при  $k = 1$  пульсации будут меньшими, чем при  $k \geq 2$ , когда имеются низкочастотные субгармонические колебания.

Если допустимы пульсации тока или напряжения нагрузки, можно применить многоцикловое регулирование, при котором  $k \geq 2$ . Это позволяет осуществлять коммутацию ключей всегда в нуле тока и формировать целое число полувольт тока в нагрузке.

Напряжение контура  $u_{LCr}$  на рис. 1, в представляет собой сумму переменных напряжений  $u_{g1}(t) \dots u_{gN}(t)$ , период которых соответствует периоду цикла коммутации. Эквивалентные генераторы напряжений  $u_{g1}(t) \dots u_{gN}(t)$  соответствуют коммутируемым источникам напряжений  $u_1(t) \dots u_N(t)$  с ключами.

В течение межкоммутационного промежутка напряжение контура  $u_{LCr}$  полагается постоянным, что обеспечивается надлежащим выбором частоты коммутации.

Вынужденные колебания тока и напряжения на элементах контура представляются суммами колебаний, вызванных составляющими напряжений генераторов.

Средний ток, проходящий через любой источник напряжения, представляет собой сумму средних значений составляющих тока.

Статические характеристики определяются по зависимостям средних токов источников напряжения от амплитуд их напряжений и параметров импульсных последовательностей, таких как частота, ширина, фаза.

Алгоритм коммутации задается последовательностью комбинаций источников (ПКИ) напряжений, подключаемых к силовой схеме РП в течение цикла коммутации.

При периодических и повторяющихся в каждом цикле напряжениях источников  $u_{g1}(t) \dots u_{gN}(t)$  с одинаковой частотой  $\omega_g$  ток контура по прошествии достаточного времени также будет периодическим и близким к стационарному току

$$i(\varepsilon) = i_{\omega_1}(\varepsilon) + i_{\omega_2}(\varepsilon) + \dots + i_{\omega_N}(\varepsilon), \quad (1)$$

где  $\varepsilon = 0 \dots 1$  – фаза внутри периода цикла коммутации  $T = 2\pi/\omega_g$ .

Определив зависимость тока (1) от параметров напряжений подключенных источников при различных ПКИ, можно определить статические характеристики РП еще до конкретизации силовой схемы и алгоритмов коммутации ключей. Составляющие  $i_{\omega_1}(\varepsilon)$  стационарного тока также являются стационарными и схожими между собой по условиям существования. Поэтому целесообразно найти общее выражение для всех составляющих стационарного тока, которое будет зависеть только от схемы контура абстрактного резонансного преобразователя (см. рис. 1, в). Порядок нахождения следующий.

1. Определение переходной функции контура  $h_i(t)$  для одной ступени напряжения  $\text{stp}(t) = (\text{sign}(\varepsilon) + 1)/2$  в операторной форме. Для последовательной  $rLC$ -цепи  $h_i(s) = (\rho/s)Y_{\text{рп}}(s)$ , где  $\rho = \sqrt{L/C}$  – волновое сопротивление контура,  $s$  – оператор Лапласа,  $Y_{\text{рп}}(s) = sC/(s^2LC + srC + 1)$  – операторная проводимость резонансной цепи,  $r$  – сопротивление потерь контура. Переходная функция тока умножается на волновое сопротивление  $\rho$  для приведения размерности тока к относительным единицам и амплитуды колебаний тока к амплитуде колебаний напряжения емкости  $\rho i_m = u_{Cm}$ . Оригинал переходной функции тока

$$h_i(t) = e^{-\lambda t} (\omega_0/\omega_1) \sin(\omega_1 t) \quad (2)$$

представляет собой затухающие колебания тока контура, вызванные одной ступенью напряжения (кривые 1–3 на рис. 2, а). Здесь при выводе использовались подстановки:  $\lambda = r/2L$  – фактор затухания,

$\omega_0 = \sqrt{1/LC}$  – частота резонанса,  $\omega_1 = \omega_0 \sqrt{1 - 1/4Q^2}$  – частота свободных колебаний,  $Q = (1/r)\sqrt{L/C}$  – добротность контура.

2. Нахождение дискретного изображения переходной функции с периодом  $T$  и смещением  $\varepsilon = 0 \dots 1$  внутри периода  $h_i(t) \Rightarrow h_i(kT + \varepsilon T) \Rightarrow h_i(z, \varepsilon)$ .

3. Определение составляющей тока  $i(z, \varepsilon) = u_{\text{сп}}(z)h_i(z, \varepsilon)$  и стационарной составляющей  $i_{\omega}(\varepsilon)$  с помощью теоремы о конечном значении функции

$\lim_{k \rightarrow \infty} i(kT + \varepsilon T) \Rightarrow \lim_{z \rightarrow 1} h_i(z, \varepsilon) = i_{\omega}(\varepsilon)$ , где  $u_{\text{сп}}(z) = z/(z-1)$  – последовательность импульсов, соответствующая

ступени напряжения  $\text{stp}(t) = (\text{sign}(t) + 1)/2$ . Импульсами  $u_{\text{сп}}(z) = z/(z-1)$  представлен ряд ступенек напряжения контура, вызывающий ряд переходных функций  $h_i(z, \varepsilon)$ , исполняющих роль весовых функций в данной формуле  $i(z, \varepsilon) = u_{\text{сп}}(z)h_i(z, \varepsilon)$ . Стационарная составляющая  $i_{\omega}(\varepsilon)$  представляет собой ток, вызванный ступенчато нарастающим напряжением

$lad(t) = \sum_k \text{stp}(t - kT)$  (рис. 2, б) с дискретным

изображением  $lad(z) = z^2/(z-1)^2$ . Изображение тока будет равно произведению изображений напряжения  $lad(z)$  и весовой функции контура  $v_i(z)$

$i_{stp}(z) = [z^2/(z-1)^2]v_i(z)$ . Поскольку  $h_i(kT) = \sum_{n=0}^k v_i(nT)$  или  $h_i(z) = [z/(z-1)]v_i(z)$ , приходим к исходному выражению  $i(z, \varepsilon) = [z/(z-1)]h_i(z, \varepsilon)$ .



**Рис. 2.** Составляющие тока контура с (а) и стационарный процесс изменений тока контура под воздействием ступенчато возрастающего напряжения (б), кривые 1, 2, 3 – переходные функции тока  $h_i(t)$ ,  $h_i(t - T)$ ,  $h_i(t - 2T)$  соответственно, 4 – ток контура  $i(t)$ ,  $T$  – период коммутации

Прямоугольные напряжения эквивалентных генераторов контура на рис.1,в и напряжение на резонансной цепи могут быть представлены суммой ступенчатых функций вида  $u_{jm}lad(t - \gamma T)$ , где  $u_{jm}$  – амплитуда напряжения  $j$ -го генератора,  $\gamma$  – относительный

сдвиг фронта ступеней напряжения. Следовательно, ток контура также может быть представлен суммой токов, каждый из которых вызван ступенчатой составляющей напряжения. Дискретное изображение переходной функции контура

$$h_i(z, \varepsilon) = \frac{\omega_0 e^{-\lambda \varepsilon T}}{\omega_1} \cdot \frac{z e^{-\lambda T} [\cos(\omega_1 \varepsilon T) \cdot \sin(\omega_1 T) - \sin(\omega_1 \varepsilon T) \cdot \cos(\omega_1 T)] + z^2 \sin(\omega_1 \varepsilon T)}{z^2 - 2z e^{-\lambda T} \cos(\omega_1 T) + e^{-2\lambda T}} \quad (3)$$

позволяет определить основную стационарную составляющую тока контура РП

$$i_{\omega}(\varepsilon) = \lim_{z \rightarrow 1} h_i(z, \varepsilon) = \frac{\omega_0 e^{-\lambda \varepsilon T}}{\omega_1} \cdot \frac{e^{-\lambda T} [\cos(\omega_1 \varepsilon T) \cdot \sin(\omega_1 T) - \sin(\omega_1 \varepsilon T) \cdot \cos(\omega_1 T)] + \sin(\omega_1 \varepsilon T)}{1 - 2e^{-\lambda T} \cos(\omega_1 T) + e^{-2\lambda T}}, \quad (4)$$

которая вызвана следующими друг за другом ступенями напряжения вида  $stp(t - kT)$  для  $k = -\infty \dots \text{int}(t/T)$ . Введем коммутационную функцию в виде п-образного импульса с передним фронтом в точке  $a$  и задним фронтом в точке  $b$ :  $\psi_{a..b}(\varepsilon) = stp(\varepsilon - a) - stp(\varepsilon - b)$ . Если ступени напряжения  $j$ -го генератора имеют временной сдвиг  $t_s = \gamma T$  относительно дискретных моментов времени с периодом  $T$ , стационарная составляющая тока определится кусочно смещенными составляющими (4) и будет иметь вид

$$i_{\omega j}(\varepsilon) = \begin{cases} \psi_{0..T-\gamma}(\varepsilon) i_{\omega}(\varepsilon + 1 - \gamma) & \text{для } \varepsilon = 0 \dots \gamma; \\ \psi_{\gamma..1}(\varepsilon) i_{\omega}(\varepsilon - \gamma) & \text{для } \varepsilon = \gamma \dots 1. \end{cases} \quad (5)$$

Составляющая тока  $i_{\omega j}(\varepsilon)$  образована ступенчатым напряжением, составленным из одинаковых ступеней, следующих с одинаковым периодом. Поэтому если эта составляющая сдвигается, то в рассматриваемый промежуток времени попадает часть конца предыдущего периода этой составляющей  $i_{\omega}(\varepsilon + 1 - \gamma)$  и часть  $i_{\omega}(\varepsilon - \gamma)$  начала следующего периода. В общем случае период цикла  $T$  делится на межкоммутационные промежутки, внутри которых определяются все составляющие  $i_{\omega j}(\varepsilon)$  стационарного тока со своими смещениями и суммируются в соответствии с коммутационными функциями для каждого источника напряжения. Затем для определения среднего либо действующего тока  $j$ -го генератора напряжения получен-

ный суммарный стационарный ток (1) интегрируется в пределах проводимости данного генератора и рассчитывается соответствующее среднее значение.

Для примера рассмотрим стационарные режимы работы РП с двумя источниками  $u_s, u_q$  и различными способами регулирования. На рис. 3,а показаны эпюры процессов для ПКИ ( $u_s; u_q$ ) и широтного регулирования с регулирующим параметром  $\gamma$ . На рис. 3,б – для ПКИ ( $u_s; u_C; u_q; u_C$ ) и частотного регулирования с регулирующим параметром  $\tau = 1 - \omega_g/\omega_1$ , где  $\omega_g$  – частота преобразования,  $\omega_1$  – частота свободных колебаний контура преобразователя. Здесь  $\omega_g < \omega_1$ ,  $T = 1$ ,  $u_s$  – напряжение источника энергии,  $u_q$  – напряжение приемника энергии,  $u_C$  – напряжение на резонансной емкости в момент размыкания контура. Для рис. 3,а коммутационные функции будут иметь вид

$$\psi_s(\varepsilon) = stp(\varepsilon) - stp(\varepsilon - \gamma) \text{ и } \psi_q(\varepsilon) = stp(\varepsilon - \gamma) - stp(\varepsilon - 1).$$

Фронты ступенчатых напряжений на рис. 3 полагаются принадлежащими к соответствующим правым межкоммутационным промежуткам относительно моментов коммутации. Напряжения эквивалентных генераторов для данной ПКИ раскладываются в четыре ступенчатые функции. Поэтому составляющих стационарного тока также четыре:

$$\left. \begin{aligned} i_{\omega 1}(\varepsilon) &= u_{sm} i_{\omega}(\varepsilon); \\ i_{\omega 2}(\varepsilon) &= -u_{sm} (\psi_s(\varepsilon) i_{\omega}(\varepsilon + 1 - \gamma) + \psi_q(\varepsilon) i_{\omega}(\varepsilon - \gamma)); \\ i_{\omega 3}(\varepsilon) &= -u_{qm} i_{\omega}(\varepsilon); \\ i_{\omega 4}(\varepsilon) &= u_{qm} (\psi_s(\varepsilon) i_{\omega}(\varepsilon + 1 - \gamma) + \psi_q(\varepsilon) i_{\omega}(\varepsilon - \gamma)), \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где  $i_{\omega}(\varepsilon)$  – основная стационарная составляющая (4),  $u_{sm}$  – амплитуда напряжения первого эквивалентного генератора,  $u_{qm}$  – амплитуда напряжения второго эквивалентного генератора. Стационарный ток равен сумме составляющих (6):

$$i(\varepsilon) = i_{\omega 1}(\varepsilon) + i_{\omega 2}(\varepsilon) + i_{\omega 3}(\varepsilon) + i_{\omega 4}(\varepsilon). \quad (7)$$

Средний за период ток потребителя энергии для ШИМ-регулирования определится в соответствии с интервалом проводимости  $\gamma$ ...1 интегрированием (7):

$$I_q(q, \gamma) = \int_0^1 \Psi_q(\varepsilon) i(\varepsilon, \gamma) d\varepsilon. \quad (8)$$

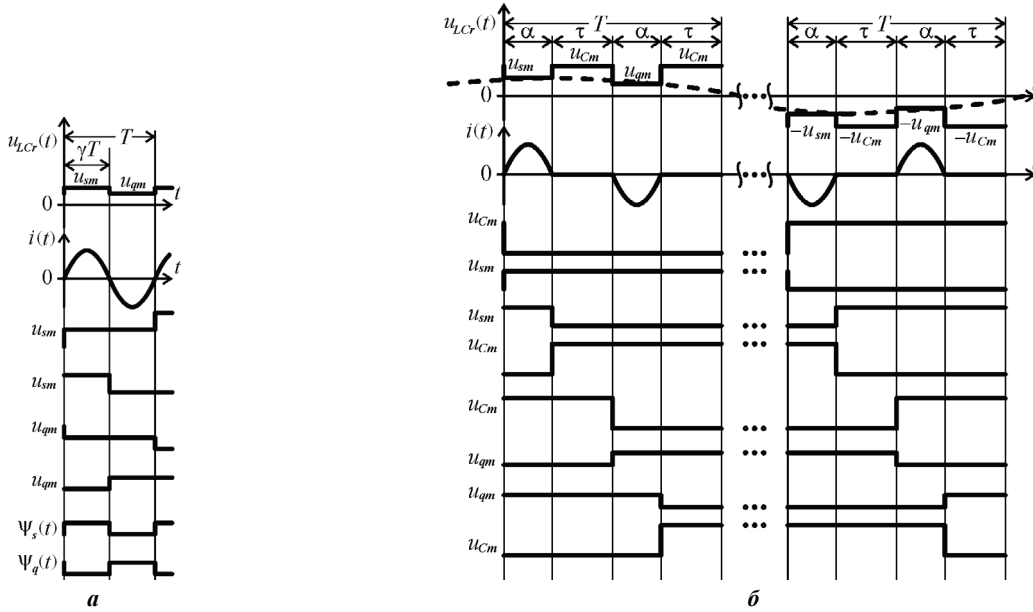


Рис. 3. Эпюры, поясняющие разложение напряжений на контуре резонансного преобразователя на ступенчатые составляющие

Аналогично для рис. 3,б коммутационные функции будут равны  $\psi_s(\varepsilon) = \text{stp}(\varepsilon) - \text{stp}(\varepsilon - \alpha)$ ,  $\psi_{c1}(\varepsilon) = \text{stp}(\varepsilon - \alpha) - \text{stp}(\varepsilon - \alpha - \tau)$ ,  $\psi_{c2}(\varepsilon) = \text{stp}(\varepsilon - 2\alpha - \tau) - \text{stp}(\varepsilon - 1)$  и  $\psi_q(\varepsilon) = \text{stp}(\varepsilon - \alpha - \tau) - \text{stp}(\varepsilon - 2\alpha - \tau)$ . Здесь  $\alpha = (1 - 2\tau)/2$  – относительная длительность прохождения тока через источник напряжений. Левая часть диаграмм на

рис. 3,б соответствует положительной полуволне напряжения источника энергии  $u_s(t)$  (пунктирная кривая). Для отрицательной полуволны в правой части диаграмм знаки коммутационных функций  $\psi_s, \psi_{c1}, \psi_{c2}, \psi_q$  меняются на противоположные. Составляющие тока, вызванные по отдельности каждым источником напряжения, будут иметь вид

$$\left. \begin{aligned} i_{\omega s}(\varepsilon) &= u_{sm} \left[ i_{\omega}(\varepsilon) - \psi_s(\varepsilon) i_{\omega}(\varepsilon + 1 - \alpha) - (\psi_{c1}(\varepsilon) + \psi_{c2}(\varepsilon) + \psi_q(\varepsilon)) i_{\omega}(\varepsilon - \alpha) \right]; \\ i_{\omega c}(\varepsilon) &= u_{Cm} \left[ -i_{\omega}(\varepsilon) + \psi_s(\varepsilon) i_{\omega}(\varepsilon + 1 - \alpha) + (\psi_{c1}(\varepsilon) + \psi_{c2}(\varepsilon) + \psi_q(\varepsilon)) i_{\omega}(\varepsilon - \alpha) - \right. \\ &\quad \left. - (\psi_s(\varepsilon) + \psi_{c1}(\varepsilon)) i_{\omega}(\varepsilon + 1 - \alpha - \tau) - (\psi_q(\varepsilon) + \psi_{c2}(\varepsilon)) i_{\omega}(\varepsilon - \alpha - \tau) + \right. \\ &\quad \left. + (\psi_s(\varepsilon) + \psi_{c1}(\varepsilon) + \psi_q(\varepsilon)) i_{\omega}(\varepsilon + 1 - 2\alpha - \tau) + \psi_{c2}(\varepsilon) i_{\omega}(\varepsilon - 2\alpha - \tau) \right]; \\ i_{\omega q}(\varepsilon) &= u_{qm} \left[ (\psi_s(\varepsilon) + \psi_{c1}(\varepsilon)) i_{\omega}(\varepsilon + 1 - \alpha - \tau) + (\psi_q(\varepsilon) + \psi_{c2}(\varepsilon)) i_{\omega}(\varepsilon - \alpha - \tau) - \right. \\ &\quad \left. - (\psi_s(\varepsilon) + \psi_{c1}(\varepsilon) + \psi_q(\varepsilon)) i_{\omega}(\varepsilon + 1 - 2\alpha - \tau) - \psi_{c2}(\varepsilon) i_{\omega}(\varepsilon - 2\alpha - \tau) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Здесь предполагается наличие третьего фиктивного источника с амплитудой  $u_{Cm}$ , подключаемого к контуру, когда ключи разомкнуты. Амплитуда напряжения резонансной емкости  $u_{Cm} = r_m$  определяется амплитудой стационарного тока и волновым сопротивлением контура. Выражение стационарного тока получится рекуррентным  $i(\varepsilon) = i_{\omega s}(\varepsilon) + i_{\omega c}(\varepsilon) + i_{\omega q}(\varepsilon)$ , поэтому его целесообразно рассчитывать численными методами. Средний ток потребителя энергии

$$I_q(q, \tau) = \int_0^1 \Psi_q(\varepsilon) i(\varepsilon, \tau) d\varepsilon \quad (10)$$

зависит от длительности бестоковой паузы  $\tau$ . На рис. 4 приведены рассчитанные с помощью ЭВМ по (3)–(7) кривые стационарного тока контура для добротности  $Q = 7$ , сходящиеся с данными моделирования схем на рис. 1, что свидетельствует о правильности математического анализа стационарного режима на примере простых преобразователей.

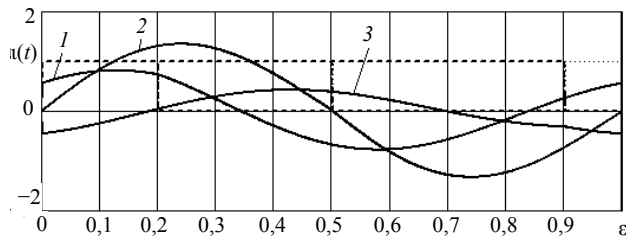


Рис. 4. Расчетные кривые стационарных токов контура для различных значений ширины импульсов  $\gamma = 0,2$  (кривая 1),  $\gamma = 0,5$  (кривая 2),  $\gamma = 0,9$  (кривая 3)

Семейства регулировочных характеристик РП с двумя источниками напряжений для широтного (рис. 5,а) и частотного (рис. 5,б) регулирования рассчитаны по (3)–(10) численными методами с помощью ЭВМ. Это зависимости текущего среднего тока потребителя энергии от регулирующих параметров при различных напряжениях потребителя. Кривые 1–5 на рис. 5 соответствуют относительным значениям напряжения потребителя энергии (нагрузки)  $q = u_q/u_s$ , 0,95; 0,7; 0,5; 0,2; 0. Широтное регулирование позволяет менять ток практически от нуля до максимума, однако моменты коммутации совпадают с нулем тока лишь при  $\gamma = 0,5$ . При частотном регулировании ширина импульса для источника и для приемника энергии равна половине периода свободных колебаний  $\pi/\omega_1$ . Частотное регулирование не обеспечивает снижение тока до нуля при ограниченном снижении частоты преобразования  $\omega_g = (1 - \tau)\omega_1$ , но коммутация происходит при нулевом токе контура, что позволяет снизить коммутационные потери.

Рассчитанные характеристики сходятся с данными имитационного моделирования схем РП и подтверждают состоятельность предложенного метода анализа стационарных режимов. Данный метод распространяется при указанных в начале статьи допущениях на РП с большим количеством эквивалентных генераторов напряжения и с более сложными резонансными цепями. Свойства резонансных цепей будут определять переходную функцию контура (2), (3) и выражение основной стационарной составляющей (4) тока контура. В соответствии с выбранным ПКИ составляются коммутационные функции и уравнения составляющих тока (6), (9). Средний ток любого источника напряжения рассчитывается аналогично (8), (10) в соответствии с коммутационной функцией и со способом регулирования. На основе выражений

среднего тока составляются формулы для численного расчета статических характеристик РП при различных способах регулирования.

Таким образом, метод наложения составляющих стационарного тока обладает общностью, распространяется на широкий класс РП, может быть основой математической модели [1, 5] и позволяет сделать сравнительный анализ множества схем РП на стадии проектирования систем электропитания.

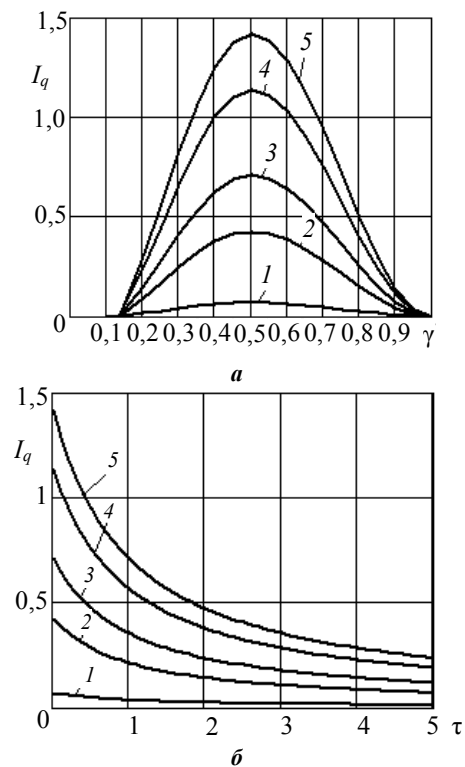


Рис. 5. Регулировочные характеристики

## ВЫВОДЫ

1. Разработан метод обобщенного анализа стационарных процессов резонансных преобразователей на основе заданных последовательностей комбинаций эквивалентных источников напряжения, подключаемых к контуру преобразователя в течение рабочего цикла.

2. Достоинство предложенного метода состоит в общности и возможности сравнительного анализа различных схем преобразователей с любым количеством эквивалентных источников напряжения.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Математическая модель последовательно-параллельного резонансного преобразователя с фазовым регулированием [Текст] / Г. В. Павлов, А. В. Обрубов, М. В. Покровский, Е. В. Никитина // Технічна електродинаміка. Тем. вип. Проблеми сучасної електротехніки. – Алушта : ІЕД НАНУ. – 2007. – Ч. II. – С. 10–15.
- [2] Павлов, Г. В. Исследование статических характеристик резонансного преобразователя методом комбинирования составляющих тока контура [Текст] / Г. В. Павлов, А. В. Обрубов, Е. В. Никитина // Зб. наук. праць НУК. – Миколаїв : НУК, 2014. – № 3. – С. 47–56.

- [3] **Павлов Г. В.** Энергосберегающие технологии в преобразовательной технике на основе резонансных инверторов [Текст] / Г. В. Павлов, Е. В. Никитина, А. В. Обрубов // Інновації в суднобудуванні та океанотехніці : матеріали I Міжнар. наук.-техн. конф. – Миколаїв : НУК, 2010. – С. 397–399.
- [4] Способы регулирования тока транзисторного инвертора напряжения с последовательным резонансным контуром на выходе [Текст] / Н. Н. Юрченко, П. Н. Шевченко, В. Я. Гуцалюк, И. О. Слесаревский, Ю. А. Твердохлеб // Технічна електродинаміка. Тем. вип. Силова електроніка та енергоефективність. – К. : ІЕД НАНУ, 2002. – Ч. I. – С. 79–81.
- [5] Сравнение характеристик резонансных преобразователей при различных способах регулирования с использованием имитационных моделей [Текст] / Г. В. Павлов, А. В. Обрубов, Е. В. Никитина, Т. В. Щербинин // Технічна електродинаміка. Тем. вип. Силова електроніка і енергоефективність. – К. : ІЕД НАНУ, 2010. – Ч. I. – С. 97–102.
- [6] **Drobnik, J.** High frequency alternating current power distribution [Текст] / J. Drobnik // Proc. IEEE INTELEC'94 // Vancouver, BC, Canada, 1994. – P. 292–296.
- [7] **Jain P.** Asymmetrical pulse-width-modulated resonant dc/dc converter topologies [Text] / P. Jain, A. St-Martin, G. Edwards. – IEEE Trans. Power Electron. – 1996. – Vol. 11. – P. 413–422.
- [8] **Muhammad, H. Rashid.** Power Electronics Handbook (Second Edition). Devices, Circuits, and Applications [Text] / Muhammad H. Rashid. – Elsevier Inc, 2007. – 837 p.

---

© Г. В. Павлов, А. В. Обрубов, І. Л. Вінниченко

Надійшла до редколегії 11.11.13

Статтю рекомендує до друку

д-р техн. наук, проф. Н. І. Кускова

Статтю розміщено у Віснику НУК № 3, 2014